

Gimnazija Ptuj



## RAZISKOVALNA NALOGA

### DOLOČANJE KOEFICIENTA ZRAČNEGA UPORA PAPIRNATE POSODICE

Naredila: Marko Čuš, Matej Kolarič

Mentor: Jasmina Jančič, prof., Stanislav Šenveter, prof.

Ptuj, 16.3.2012

## KAZALO

<b>1. POVZETEK.....</b>	<b>3</b>
<b>2. ZAHVALA.....</b>	<b>4</b>
<b>3. UVOD.....</b>	<b>5</b>
3.1. RAZISKOVALNO VPRAŠANJE.....	6
3.2. METODE DELA IN CILJ TER NAMEN RAZISKOVALNE NALOGE.....	7
<b>4. TEORETIČNO OZADJE.....</b>	<b>8</b>
<b>5. EKSPERIMENTALNO DOLOČANJE SILE UPORA.....</b>	<b>11</b>
<b>6. FITANJE.....</b>	<b>14</b>
<b>7. ZAKLJUČEK.....</b>	<b>16</b>
<b>8. VIRI IN LITERATURA.....</b>	<b>18</b>

## **1. POVZETEK**

V raziskovalni nalogi sva se odločila raziskati silo zračnega upora. Sprva sva raziskala, kar je že znanega o sili upora. Naučila sva se, da lahko za silo upora uporabljamo dva različna zakona, in da je pogoj za to, kateri velja v danem primeru dokaj ohlapen. Prav to je razlog, da bova svojo raziskovalno nalogo posvetila zračnemu uporu, ki deluje na posodice od mafnov, in za konkretne podatke izbrala ustrezen zakon za silo upora.

## **2. ZAHVALA**

Zahvaljujema se mentorjema Jasmini Jančič, prof. in Stanislavu Šenveteru, prof., ki sta skrbela za koordinacijo dela in razlage nerazumljivih snovi v zvezi z raziskovalno nalogo.

### 3. UVOD

Namen oziroma cilj celotne raziskovalne naloge je dokazati, da je mogoče z najinim skromnim znanjem fizike in informatike in z nekaj volje raziskati silo, ki jo v življenju največkrat zanemarimo. Zračni upor je sila, ki ji v srednji šoli velikokrat delamo krivico, saj pri večini nalog najdemo kakšen podoben dopis: "Silo zračnega upora zanemari."

Fiziki se že stoletja trudijo razumeti naravne pojave, s katerimi se srečujemo. Skozi zgodovino so nastali mnogi zakoni, ki naravno opisujejo, razlagajo in napovedujejo dogajanje v njej. Za vse fizikalne zakone pri pouku seveda ni časa, eden od teh "zanemarjenih" zakonov je sila upora tekočine na gibajoče telo. Ker pa je pri vsakodnevnih pojavih (gibanje v zraku, v vodi) v bistvu vedno prisotna, sva želela to silo spoznati. Skozi nalogo vam bova predstavila kakšna so bila najina spoznanja, do katerih sva prišla s samostojnim študijem različnih teoretičnih virov, in ki sva jih nato tudi sama preverjala z eksperimenti.

### **3.1. RAZISKOVALNO VPRAŠANJE**

Na podlagi najinih zanimanj sva želela zračni upor sprva dodobra spoznati teoretično in eksperimentalno. Na osnovi najinih dosedanjih izkušenj z zračnim uporom sva vseeno že pred začetkom raziskave sklepala, kakšni bodo rezultati. Zastavila sva si dve hipotezi, ki sta bili najina začrtana pot skozi raziskovalno nalogo.

- **Hipoteza: Zračni upor vedno zavira gibanje.**
- **Hipoteza: Večja kot je hitrost, večja je sila upora. Sila upora je sorazmerna s hitrostjo.**

### **3.2. METODE DELA IN CILJ TER NAMEN RAZISKOVALNE NALOGE**

Najprej sva se lotila zbiranja in proučevanja različnih virov, v katerih so opisane in razložene teoretične osnove o sili zračnega upora. Iz teh virov sva se naučila kaj zračni upor sploh je, kdaj in zakaj se pojavi, od katerih količin je odvisen, tudi odvisnost sile zračnega upora od hitrosti.

Ta dejstva sva potem želela preveriti z eksperimentalnim delom. S pomočjo računalniške merilne opreme Vernier sva merila zračni upor v odvisnosti od hitrosti.

Drugi del raziskave je zajemal ugotavljanje kakšna je odvisnost sile zračnega upora od hitrosti. Eksperimentalno dobljenim točkam sva prilagajala različne krivulje - linearno in kvadratno prišla do rezultatov, ki jih predstavljava v diskusiji.

V raziskovalni nalogi želiva ugotoviti, ali velja za najin eksperimentalni primer linearni ali kvadratni zakon upora. Na osnovi te ugotovitve bova določila koeficient upora za posodice za muffine, ki sva jih uporabljala pri poskusu.

#### 4. TEORETIČNO OZADJE

Upor zraka lahko bistveno vpliva na tirnico telesa, ki se giblje v atmosferi.

Pojavi se takrat, kadar se telo giblje skozi tekočino. Tekočine so tako kapljevine kot plini. tudi zrak. Atmosfera ni prazen prostor, ampak je zapolnjena z zmesjo različnih plinov, ki jo imenujemo zrak. Največji delež v zraku predstavlja dušik, precej manj je kisika. Poleg teh dveh plinov so v zraku še, argon, ogljikov dioksid, vodna para in ostale primesi.

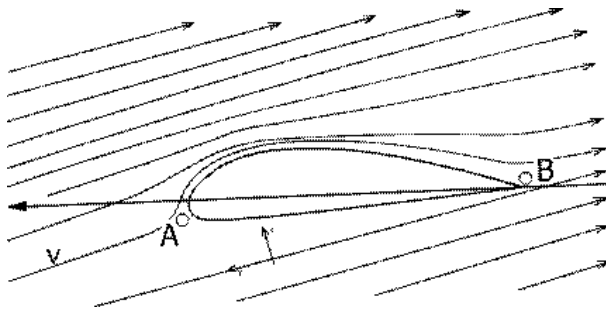
Med premikanjem telesa skozi zrak se opazovano telo ne giblje skozi prazen prostor, ampak se mora preriniti skozi množico molekul, ki sestavljajo zrak.

Posledica gibanja telesa skozi množico molekul zraka je sila, ki nasprotuje gibanju telesa. Sila upora je tako usmerjena nasproti smeri hitrosti (slika 4-1).

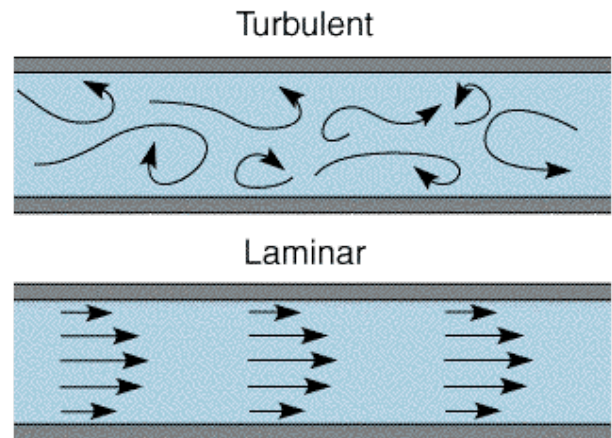
Večja kot je hitrost telesa, pogostejši so trki molekul zraka v telo, zato je pri večji hitrosti sila upora večja.

Sila upora se lahko povečuje premo sorazmerno s hitrostjo ali s kvadratom hitrosti, zato ločimo linearen zakon upora in kvadraten zakon upora. Kateri velja v danem primeru je odvisno od lastnosti tekočine, hitrosti in predvsem tega, ali gre za laminaren ali turbulenten tok (slika 4-2). Laminaren tok bi lahko opisali kot miren, brez vrtincev in obratov, medtem ko je v turbulentnem toku polno vrtincev, obratov in zastojnih točk.





Slika 4-1



Slika 4-2

Ali gre za laminaren ali turbulenten tok navadno opišemo z Reynoldsovim številom. Reynoldsovo število je izračunamo s predpisom:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu}$$

Pri tem je  $\rho$  gostota tekočine,  $v$  povprečna hitrost gibanja tekočine,  $L$  jetipična dimenzija telesa (navadno premer največjega preseka telesa) in  $\mu$  je viskoznost tekočine. Pri majhnih vrednostih Reynoldsovega števila, velja linearni zakon upora:

$$\vec{F}_d = -b\vec{v}$$

Sila upora je vedno odvisna od oblike in dimenzije telesa. Oboje je upoštevano v konstanti  $b$ . Za kroglo na primer velja:  $b = 6 \cdot \pi \cdot R$ , kjer je  $R$  polmer krogle.

Kadar je vrednost Reynoldsovega števila velika, je sila upora je sorazmerna s kvadratom hitrosti telesa in velja kvadratni zakon upora:

$$F_u = \frac{c \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}{2}$$

Pri tem je  $\rho$  gostota tekočine,  $v$  hitrost telesa,  $S$  največji presek telesa v smeri gibanja telesa skozi tekočino in  $c$  koeficient upora.

Reynoldsovo število, ki je manjše od 1 se navadno smatra za majhno, medtem ko je Reynoldsovo število večje od 1000 navadno interpretirano kot veliko. Obe meji sta dokaj relativni in sta v veliki meri odvisni od oblike telesa. V okolici aerodinamičnih teles je tok tudi pri velikih hitrostih dovolj laminaren, da velja linearen zakon upora tudi pri nekoliko večjih vrednostih Reynoldsovega števila, medtem ko napr. plošča že pri majhnih hitrostih ustvarja veliko turbenc je je potrebna uporaba kvadratnega zakona upora.

Tudi razpon med obema mejama je velik. Kateri zakon uporabiti takrat je različno od primera do primera.

Upor se pojavi tudi, če telo miruje v gibajoči tekočini. V tem primeru je smer sile upora nasprotna smeri gibanja tekočine.

## 5. EKSPERIMENTALNO DOLOČANJE SILE UPORA

V raziskovanju teoretičnih osnov sile zračnega upora sva ugotovila, da je teoretično slabo določena meja, kdaj uporabiti linearni in kdaj kvadratni zakon upora, zato se je zdela odločitev, da pogledava, ali eksperimentalno dobljene točke bolje prilagajajo linearnemu ali kvadratnemu zakonu upora, še bolj smiselna.

Pri obravnavi prostega pada navadno zanemarimo zračni upor in privzamemo, da je pospešek padanja konstanten in enak gravitacijskemu pospešku. V resničnem svetu telesa zaradi zračnega upora seveda ne padajo s konstantnim pospeškom. To lahko pokažemo že tako, da primerjamo padanje tenis žogice in lista papirja z iste višine. Tenis žogica pospešuje vse do padca na tla. Veliko večji vpliv ima zračni upor na padanje lista papirja. Papir ne pospešuje zelo dolgo. Skoraj takoj zračni upor uravnovesi silo teže, pospešek lista je nič in naprej pada s konstantno hitrostjo. Pri padanju teles pod vplivom zračnega upora uporabljamo za to hitrost izraz končna hitrost, oz.  $v_T$ . Papir torej doseže končno hitrost zelo hitro, medtem ko je tenis žogica ne (pri tako kratkem padcu na tla).

Pri prostem padu na telo delujeta dve sili: teža  $mg$  in zračni upor  $-bv$  ali  $-cv^2$ . Ko telo doseže končno hitrost, sta sili nasprotno enaki - velja:  $mg = -bv$  ali  $mg = -cv^2$ , pač odvisno od tega ali za določeno padanje velja prva ali druga

zveza. Ker sta  $g$  in  $b$  (ali  $c$ ) konstanti, je končna hitrost odvisna od mase. Če konstanti izvzamemo, lahko zapišemo:

$$v \propto m \text{ ali } v^2 \propto m$$

Katera zveza je primernejša, ugotovimo tako, da narišemo graf končne hitrosti  $v$  oz. kvadrata končne hitrosti  $v^2$  v odvisnosti od mase  $m$ .

Pri eksperimentu bova izmeril končno hitrost  $v$  v odvisnosti od mase za padajoče posodice za mafine. S pomočjo dobljenih podatkov bova izbrala ustreznjega izmed obeh predstavljenih modelov. Posodice za mafine sva izbrala, ker so dovolj lahki, da dosežejo končno hitrost pri kratkem padcu. Poleg tega jih brez večjih težav zložimo enega v drugega. Pri tem se oblika veliko ne spremeni, in ostajata presek telesa  $S$  in koeficient upora konstantna, povečuje se samo masa. Večja kot je masa, večja je sila zračnega upora, pri kateri se sila teže in sila upora uravnovesita.

Za izvedbo poskusa sva potrebovala računalnik, Vernier računalniški vmesnik, ultrazvočni slednik (detektor gibanja), programsko opremo LoggerPro in posodice za mafine.

Detektor sva pritrdila približno 2 m nad tlemi kot je prikazano na sliki 5-1.

Približno pol metra pod detektorjem je eden od naju držal posodico za mafin. Ko je roko odmaknil je posodica začela padat in detektor gibanja je meril lego posodice.

Graf lege v odvisnosti od časa je na začetku padanja ukrivljen, nato se izravna v premico. Primer grafa je prikazan na sliki 5-2 in 6-3. Graf je premica v delu, ko se sila teže in sila upora izenačita in hitrost padanja je takrat konstantna. Ker naklon grafa lege v odvisnosti od časa predstavlja naklon, sva odčitala naklon in tako dobila hitrost padanja. Velikost sile upora sva poznala iz prvega Newtonovega zakona: ker je bilo padanje enakomerno, je bila vsota vseh zunanjih sil nič in sila upora zato nasprotno enaka sili teže.

Meritev sva ponovila pri različnem številu posodic, zloženih druga v drugo. Na ta način sva večala silo teže, brez da bi se spremenile ostale količine. Tako sva dobila vrednosti hitrosti za različne sile zračnega upora. Te točke sva v nadaljevanju uporabila za ugotavljanje odvisnosti sile upora od hitrosti.



Slika 5-1



Slika 5-2

## 6. FITANJE

Če ne bi bilo zračnega upora, bi vsak padajoč predmet enakomerno pospeševal vse dokler ne bi trčil ob tla. Vemo pa, da temu ni tako saj predmet pospešuje le do neke njemu določene hitrosti, kar je posledica zračnega upora. To sva se odločila dokazati s papirnatimi kalupi za „muffine“, katere sva nalagala enega v drugega tako da sva dobila 10 različno težkih, enako oblikovanih oblik. Te sva spuščala iz točke A v točko B in jim pri tem vsakih 50ms, s pomočjo moderne tehnologije, izmerila razdaljo med točko A in B. Tako sva pridobila točke, katere sva izrisala v graf in in le tem izračunala linearno „trend line“ ali trendno črto, ki jih najbolje opiše ter izračunala standardno odstopanje točk od funkcije.

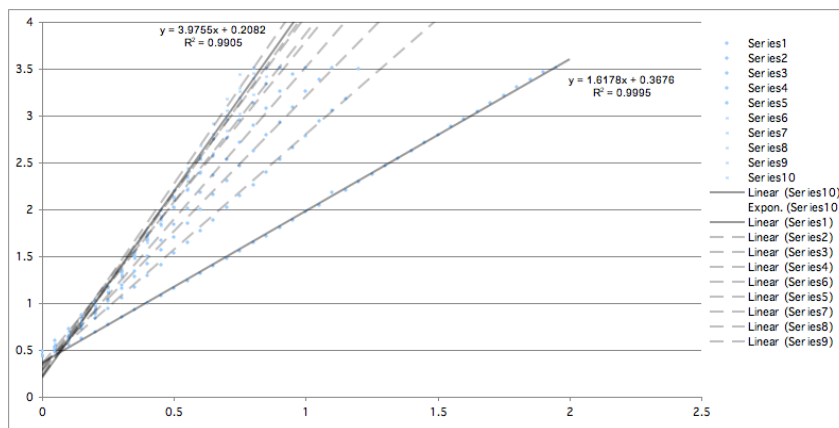
Najprej sva točke razdelila v tabelo (slika 6-1) ki sva jo vertikalno razdelila glede na časovno enoto 50ms, horizontalno pa glede na zaporedno številko poizkusa. Kasneje sva vsem podatkom izračunala linearno trendno črto, katero kateri sva izračunala tudi standardno napako, katera pove odstopanje točk od izračunane trendne črte in nam lepo pokaže da se trendna črta prvim 7 poizkusom skoraj popolnoma prilega (slika 6-2). Ko sva imela pripravljene vse podatke sva narisala koordinatni sistem, kateremu sva smiselno določila minimume in maksimume, ter v le-tega vrisala vse točke in njihove linearne trendne črte, kjer se tudi grafično lepo vidi prilagajanje prvih sedmih poizkusov (slika 6-3). Ker sva ob večjem odstopanju pri zadnjih 10 poizkusih predpostavila da se bolje prilaga eksponentna funkcija sva le to poizkusila a sva to kmalu ovrgla saj je

odstopanje bilo neprimerljivo večje (slika 6-4), kar naju pripelje do zaključka da se linearna trendna črta prilega bolje kot eksponentna.

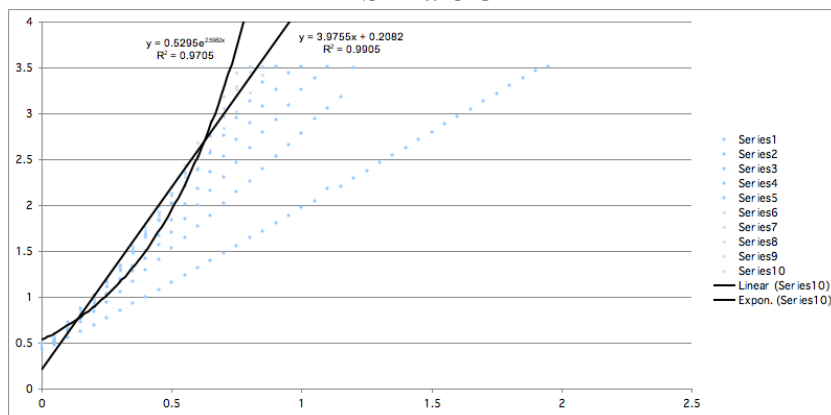
Čas (s)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)	Razdalja (m)
0	0.4481295	0.4477615	0.446929	0.4477865	0.4831155	0.4474435	0.446929	0.4488155	0.4481295	0.4477865	
0.05	0.482601	0.532336	0.5390245	0.508669	0.60025	0.5438265	0.567665	0.5036955	0.5184445	0.499408	
0.1	0.552573	0.6292335	0.6518715	0.6336925	0.731619	0.6741665	0.7009205	0.633521	0.65856	0.633864	
0.15	0.6268325	0.7287035	0.769349	0.75803	0.8693335	0.813939	0.849268	0.7801535	0.814625	0.786842	
0.2	0.698348	0.839664	0.8923145	0.8916285	1.017681	0.9619435	1.0075625	0.935018	0.9821805	0.939915	
0.25	0.776895	0.946337	1.0188815	1.0370605	1.171345	1.124697	1.1780335	1.1097765	1.1601975	1.1149215	
0.3	0.8545845	1.0583265	1.156596	1.1876375	1.3316975	1.2919095	1.3557075	1.2891655	1.354164	1.3028855	
0.35	0.928501	1.173746	1.284535	1.3450745	1.4970235	1.480045	1.53321	1.484504	1.553447	1.495823	
0.4	1.003275	1.293796	1.4232785	1.500625	1.669381	1.643313	1.730092	1.685502	1.766793	1.700937	
0.45	1.0806215	1.409044	1.563051	1.665951	1.8455115	1.8341925	1.928346	1.882041	1.984598	1.90708	
0.5	1.1595115	1.5326955	1.707797	1.8458545	2.0204415	2.0237	2.1195685	2.104305	2.2097775	2.1308875	
0.55	1.240974	1.6524025	1.851857	2.006893	2.20549	2.2224685	2.341661	2.309762	2.443189	2.362927	
0.6	1.3179775	1.7693655	2.001748	2.181823	2.3877945	2.4128335	2.5369995	2.5428305	2.687062	2.577988	
0.65	1.3968675	1.8911305	2.161586	2.362241	2.5733575	2.607143	2.7469155	2.75772	2.9252755	2.8031675	
0.7	1.4826175	2.0211275	2.31182	2.5328835	2.7668095	2.8436415	2.9678075	3.0014215	3.178924	3.0552725	
0.75	1.5563625	2.1456365	2.466856	2.716903	2.959061	3.023888	3.1928155	3.2617585	3.4380605	3.300346	
0.8	1.64297	2.2643145	2.62738	2.897321	3.141537	3.223514	3.4013595	3.4569255	3.5145495	3.5128345	
0.85	1.717401	2.3939685	2.7908195	3.0744805	3.3379045	3.4212535	3.513349	3.514035			
0.9	1.8057235	2.534084	2.931621	3.2597005	3.5142065	3.5142065					
0.95	1.881012	2.654477	3.0964325	3.4418335							
1	1.972593	2.788933	3.266046	3.5142065							
1.05	2.045309	2.938138	3.3907265								
1.1	2.1771925	3.0545865	3.5152355								
1.15	2.208234	3.1845835									
1.2	2.2944985	3.5039165									
1.25	2.378362										
1.3	2.462054										
1.35	2.545746										
1.4	2.6296095										
1.45	2.720333										
1.5	2.795793										
1.55	2.882229										
1.6	2.969008										
1.65	3.046345										
1.7	3.136049										
1.75	3.2154535										
1.8	3.3090925										
1.85	3.3807795										
1.9	3.4627565										
1.95	3.514378										

Linearne funkcije	
Series 1	
k	1.61784
n	0.36759
r^2	0.99948
Series 2	
k	2.45851
n	0.34042
r^2	0.99581
Series 3	
k	2.87667
n	0.32504
r^2	0.99757
Series 4	
k	3.24299
n	0.27423
r^2	0.99611
Series 5	
k	3.43434
n	0.35578
r^2	0.99677
Series 6	
k	3.58918
n	0.2853
r^2	0.99571
Series 7	
k	3.76444
n	0.29557
r^2	0.99557
Series 8	
k	3.89273
n	0.21786
r^2	0.99199
Series 9	
k	4.09093
n	0.22469
r^2	0.99175
Series 10	
k	3.9755
n	0.20821
r^2	0.99054

Slika 6-1



Slika 6-3



Slika 6-4

Slika 6-2

## 7. ZAKLJUČEK

Dokazala sva, da zračni upor vendarle ni tako strašna sila, kot si predstavljamo. Vendarle pa sva morala za dobljene rezultate predelati kar nekaj gradiva, ki nama je pomagalo pri samem eksperimentiranju, da sva sploh lahko razumela dobljene rezultate. Analiza podatkov pa nama je razširila obzorja na področju informatike in računalništva, kajti prilagoditvena funkcija je bila kar zanimiv zalogaj. Ugotovila sva tudi, da bi bilo zelo koristno to funkcijo na konkretnih primerih obravnavati tudi v srednji šoli.

Po analizi rezultatov sva lahko sklenila, da sta najini hipotezi pravilni. Najino prvo hipotezo sva potrdila samo teoretično. Iz virov sva spoznala, zakaj se sila upora pojavi, in da je, podobno kot sila trenja, vedno zaviralna sila.

Drugo hipotezo sva potrdila z določanjem prilagoditvene funkcije za dobljene rezultate, ki nazorno kažejo da se zračni upor veča s hitrostjo telesa. Pokazala sva celo več. Da za najin konkretni primer padanja posodic za mafine, velja kvadratni zakon upora. Sklepamo lahko, da dokaj ploščata oblika posodic med padanjem v zraku ustvarja turbulence, zaradi česar se sila upora veča s kvadratom hitrosti.



Ob zaključku raziskovalne naloge sva ugotovila, da nama za izračun koeficienta zračnega upora manjka še nekaj podatkov, odvisnih od samih posodic, zato sva ta cilj premaknila in si ga zadala za naprej.

## **8. VIRI IN LITERATURA**

Kuščer, I., Moljk, A., Krajnc, T., Peternej, J., Fizika za srednje šole 2. del, DZS, Ljubljana, 2000.

Šolinc, H., Skozi fiziko z rešenimi nalogami, Tekočine, DZS, Ljubljana, 1995.

K. Appel, J. Gastineau, C. Bakken, D. Vernier: PhysicswithComputers, navodila za eksperimente;