2. OSNOVNA ŠOLA SLOVENSKA BISTRICA

UPORABA TRIKOTNIKOV V NAŠEM VSAKDANU

Področje: matematika

Raziskovalna naloga

AVTORICA: Ela Leskovar, 8. A

MENTORICA: Jožica Smogavec

SLOVENSKA BISTRICA, 2016

ZAHVALE

Za trud in čas, ki mi ga je namenila, bi se želela iskreno zahvaliti moji učiteljici matematike, gospe Jožici Smogavec. V meni je prebudila željo po raziskavi razvoja matematike in uporabni vrednosti matematični zakonov in pravil. Pomagala mi je povleči rdečo nit te raziskovalne naloge, mi omogočila sicer nedosegljive stvari in me spremljala pri odkrivanju novih znanj.

Za podporo in razumevanje se iskreno zahvaljujem gospe ravnateljici Sonji Arbeiter.

Pri raziskovanju sta me spodbujala in mi pomagala tudi moja starša, za kar se jima iskreno zahvaljujem.

Zahvala za slovnično urejenost, obliko in izrazoslovje gre mojemu učitelju slovenščine Janezu Ülenu, ki je lektoriral raziskovalno nalogo. Hvala tudi profesorici Darji Štiherl, ki je poskrbela za prevod povzetka v angleški jezik.

Kazalo vsebine

KAZALO TABEL

KAZALO SLIK

POVZETEK

Za raziskovalno nalogo o trikotnikih sem se odločila, ker me ti neverjetni geometrijski liki znova in znova presenečajo. Na prvi pogled so le del ravnine, ki ga omejujejo tri stranice. A v sebi skrivajo več kot le to.

Trikotnike nevede srečamo v našem vsakdanu. Prepričana sem, da bi bili presenečeni, ko bi ugotovili, da jih najdemo še kje drugje kot le v učilnici ali v matematičnem muzeju. Vsak dan jih vidimo kot prometni znak, del strehe, kot nosilce polic, stopnic, dele okna ali pa kot stranico piramide.

Moj namen je poglobiti svoje znanje o trikotnikih in dobiti odgovor na vprašanje: Kje in kako v našem življenju uporabljamo trikotnike? Do tega vprašanja sem prišla tako, da sem najprej ugotovila, kako so tisoče let nazaj uporabljali trikotnike.

V teoretičnem delu lahko preberete nekaj poglavitnih dejstev o trikotnikih. Ker pa je moj namen tudi razširiti svoje znanje o trikotnikih, sem v teoretični del vključila tudi kotne funkcije, sinusni izrek in Talesove izreke. To so zame nova znanja, ki je prej nisem poznala.

Odgovore na moje vprašanja sem iskala preko spleta, v raznih knjižnicah, domačih leksikonih, učbenikih za matematiko, najbolj pa mi je pomagal intervju z g. geometrom, ki mi je pojasnil, kako poteka njegovo delo. Glavno vlogo pri njegovem delu igrajo pravokotni trikotniki.

Spoznala sem, da so trikotnike uporabljali že v starem Egiptu, kjer so služili pri gradnji in raznih meritvah. Vse postopke, ki so jih izvajali takrat, sem preizkusila tudi sama. Zdi se mi neverjetno, da so že tedaj bili tako napredni. Najbolj pa me je navdušila uporaba trikotnikov v vsakdanjem življenju. V intervjuju mi je geometer pojasnil, da je njegovo delo najpogosteje merjenje ozemlja. Merijo ga s pomočjo teodolita, GPS naprave in letečega drona. Delovanje vseh je povezano s pravokotnimi trikotniki.

Na naslednjih straneh želim vas, bralce, seznaniti s temi izjemnimi geometrijskimi liki. Na koliko različnih načinov so jih prakticirali včasih in kako lahko te tehnike preizkusite tudi sami. Predvsem pa vam predstaviti dejstva, ki dokazujejo, da so trikotniki še vedno del našega vsakdana. Sicer nekje v ozadju, pa vendar.

Želim vam prijetno branje in upam, da vas bodo trikotniki pritegnili prav tako, kot so mene.

SUMMARY

I decided to do a research work about the triangles because these incredible geometrical forms surprise me again and again. At first sight, they are only part of a plain limited by three sides. However, they are much more than this.

We meet triangles in our everyday life without being aware of that. I'm sure you would be surprised to find out that triangles appear in many different places other than the classroom or math museum. Perhaps we see them every day as a road sign, or just as a side of the pyramid.

The purpose of my work is to deepen my knowledge about triangles and to get the answer to the question where and how triangles are used in our everyday life. This question emerged from my research how triangles were used thousands years ago.

The theoretical part includes some basic facts about the triangles and also about angular features/functions which represent new learning material for me and as such the improvement of my knowledge about the triangles at the same time.

I was trying to find the answers in online resources, in various libraries, lexicons, tutorials and textbooks for mathematics. However, the resource that helped me most was my interview with a geometrician who explained his profession and methods of his work to me. The latter include the use of the right-angled triangles.

I realized that triangles were already used in the ancient Egypt in the construction, measurement and other methods of work. I tested all procedures described and performed at that time. I found it amazing that such a long time ago people were so advanced. But most of all I was impressed by the use of triangles in everyday life. The geometrician told me that the most frequent task of his work is the measurement of the territory by using a GPS device, a flying drone and some other devices which all operate on the basis of rectangular triangles.

In my research I wanted to present the fascinating triangles to you, their use in the past and nowadays, the ways how to try out the described techniques by yourself and above all, to prove that triangles are still a part of our everyday life although apparently somewhere in the background.

1 UVOD

Za raziskovalno nalogo z naslovom Uporaba trikotnikov v našem vsakdanu sem se odločila iz naslednjih razlogov:

V sedmem razredu osnovne šole smo pri pouku matematike prvič bolj podrobno obravnavali trikotnike. Takrat sem spoznala, da so trikotniki več kot le del ravnine, ki ga omejujejo trikotniki.

Ker sem že bila odločena, da bom raziskovala trikotnike, sem morala najti le še ustrezno področje trikotnikov. Med poletnimi počitnicami sem nepričakovano naletela na članek, ki opisuje uporabo trikotnikov tisoče let nazaj. Šla sem v nasprotno smer in začela raziskovati uporabo trikotnikov v današnjem vsakdanu.

Raziskovati sem začela snov, ki me je resnično zanimala in me pritegnila. Najprej sem se o tej temi pozanimala na spletu, kjer sem našla dosti koristnih podatkov. V teoretičnem delu sem tako zapisala bistvene podatke o trikotnikih, ki smo jih v šoli pri pouku spoznali do sedaj. Dodala sem teorijo kotnih funkcij oziroma trigonometrije. Predstavljene so tudi vrste trikotnikov, med drugim najpomembnejši med njimi, pravokotni trikotnik. V raziskovalnem delu pa sem vire iskala preko spleta, v knjižnicah, z ustnimi viri in pa tudi s pomočjo intervjujev in ankete. Ugotovila sem, da so bili trikotniki pomemben del vsakdana pred tisoči let nazaj. Grki so bili znani po tem, da so višino predmeta merili s pomočjo sence. Natančno sem opisala in predstavila postopke uporabe trikotnikov. Najbolj pa me fascinirala uporaba trikotnikov v našem vsakdanjem življenju. Ugotovila sem, da trikotnike srečamo na vsakem koraku. Vsak dan sem se spomnila kakšnega novega načina uporabe trikotnikov v našem vsakdanjem življenju. Med drugim tudi diamante brusijo na osnovi trikotnikov.

Z raziskovalno nalogo sem želela **ugotoviti**, kje dandanes uporabljamo trikotnike, ali jih uporabljamo na enak način kot včasih. Želela pa sem poizvedeti tudi, kaj o trikotnikih in njihovi uporabi včasih in danes vedo učenci.

Pokazati sem želela, da trikotnike uporabljamo resnično zelo pogosto in so še vedno del našega življenja. Morda v večji ali manjši meri, a vendarle.

Raziskovalnih nalog ali knjig na temo uporabe trikotnikov v našem vsakdanu nisem našla. So pa na spletu članki, v katerih se pisci posvetijo predvsem enemu področju uporabe trikotnikov.

Moj **namen** je spoznati načine uporabe trikotnikov v našem vsakdanu.

Dokazati želim, da so ti neverjetni geometrijski liki še kako uporabni. Med moje **cilje** pa sodi tudi to, da se naučim nekaj novega, nekaj takšnega kar mi bo prišlo prav v življenju. Da bralce te raziskovalne naloge seznanim s trikotniki, kako jih pozna mladina in predvsem dejstvo, da jih pritegnem in bralce naučim nekaj novega.

Pri delu sem uporabljala geometrijski program Geogebra za načrtovanje in matematični program MathType za matematične zapise.

Ob začetku raziskovanja sem si zastavila naslednje **hipotezi**:

1. HIPOTEZA:
Trikotnike so v vsakdanu (za merjenje zemljišč, kotov …) začeli uporabljati v času starih Grkov in Rimljanov (8. do 6. stoletje pred našim štetjem).

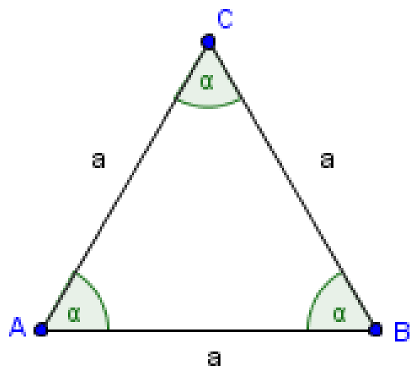
2. HIPOTEZA:
Metoda, s katero geometri merijo površje, je zasnovana na osnovi pravokotnih trikotnikov.

2 TEORETIČNI DEL

2. 1 Osnovni podatki o trikotniku

2. 1. 1 Kaj je trikotnik?

Trikotnik je geometrijski lik, ki ima 3 oglišča (A,B,C), 3 stranice (a,b,c), 3 notranje kote (α, β, γ) in 3 zunanje kote. Trikotnik je konveksna množica točk v ravnini, ki je omejena z daljicami AB, BC in CA.



Slika 1: ***Trikotnik ABC***

2. 1. 2 Stranice trikotnika

Za stranice trikotnika velja trikotniška neenakost. To pomeni, da je ena izmed stranic krajša od vsote drugih dveh stranic, pa vendar daljša od absolutne vrednosti njune razlike.

$$a < (b + c)$$
$$b < (a + c)$$
$$c < (a + b)$$

2. 1. 3 Koti v trikotniku

Notranji koti trikotnika so izbočeni in imajo vrh v točki A, B in C. Njihovi sokoti so zunanji koti trikotnika.

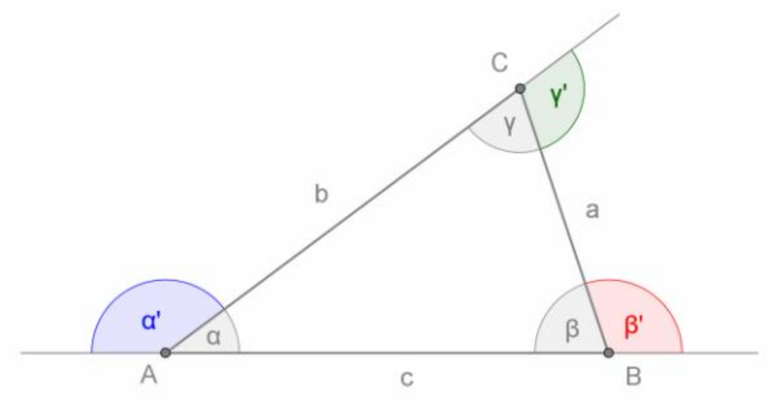
	NOTRANJI KOTI TRIKOTNIKA	**ZUNANJI KOTI TRIKOTNIKA**
Kot pri oglišču A	α	α´
Kot pri oglišču B	β	β´
Kot pri oglišču C	γ	γ´

Tabela 1: ***Oznake kotov v trikotniku***

Vsota poljubnega notranjega kota (npr. α) in njegovega pripadajočega zunanjega kota (sokota) je vedno enaka 180 stopinj.

Tudi vsota vseh treh notranjih kotov je enaka 180°. Vsota zunanjih kotov trikotnika pa je 360 °ali polni kot.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$
$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$



Slika 2: ***Notranji in zunanji koti v trikotniku***

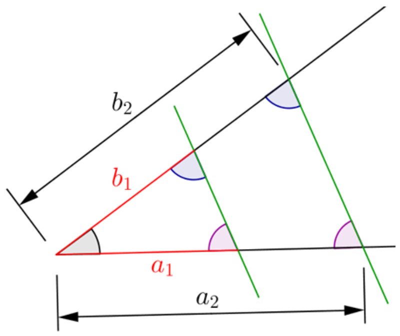
Vir: http://si.openprof.com/wb/trikotnik?ch=132

2. 1. 4 Talesova izreka

1. Talesov izrek:

Če vzporednici sekata kraka kota, sta dolžini odsekov na enem kraku kota v enakem razmerju kot dolžini istoležnih odsekov na drugem kraku.

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{b_2}{b_1}$$



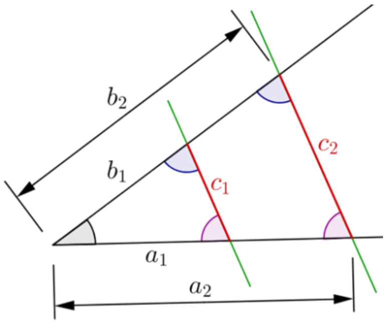
Slika 3*: 1. Talesov izrek*

Vir: http://eucbeniki.sio.si/admin/documents/learning_unit/906/Talesovi_izreki_OS_9r_L_1_1377200172/index1.html

2. Talesov izrek:

Če vzporednici sekata kraka kota, sta dolžini odsekov na enem kraku v enakem razmerju kot dolžini istoležnih odsekov na vzporednicah:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{c_2}{c_1} \quad \text{in} \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{c_2}{c_1}$$



Slika 4: *2. Talesov izrek*

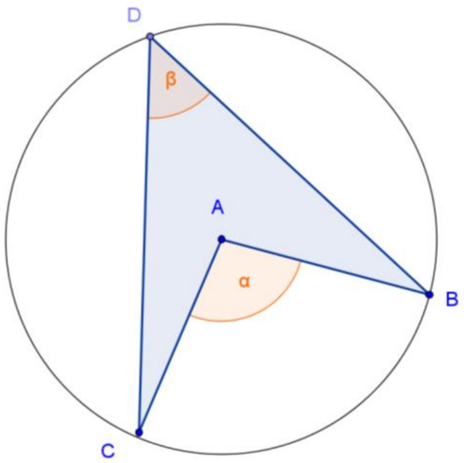
Vir: http://eucbeniki.sio.si/admin/documents/learning_unit/906/Talesovi_izreki_OS_9r_L_1_1377200172/index2.html

2. 1. 5 Središčni in obodni kot

Dana je krožnica in na njej krožni lok AB.

Središčni kot nad lokom AB je kot α, ki ima vrh v središču krožnice, njegova kraka potekata skozi krajišči loka, lok AB pa leži v kotu α.

Obodni kot nad lokom AB je kot φ, ki ima vrh na dopolnilnem loku loka AB, njegova kraka potekata skozi krajišči loka, lok AB pa leži v kotu φ.



Slika 5: *Središčni in obodni kot nad istim lokom*

α – središčni kot

β – obodni kot

$$\alpha = 2\beta$$

Izrek o središčnem in obodnem kotu:

Središčni kot je dvakrat večji od obodnega kota nad istim lokom.

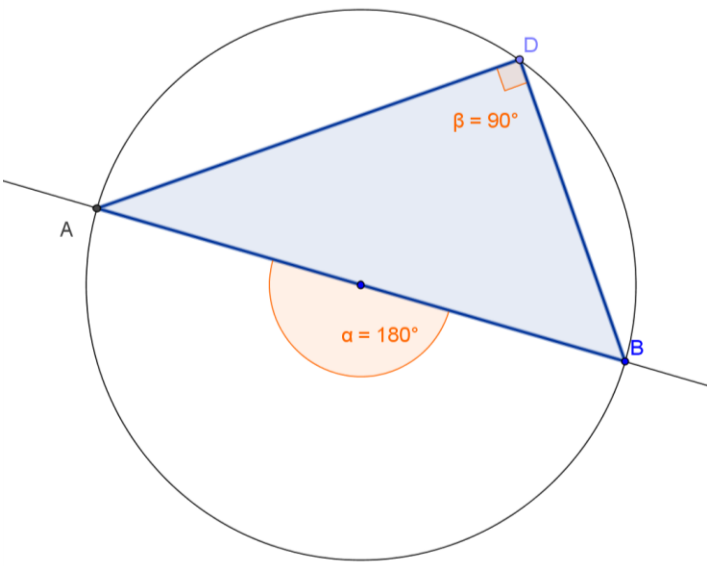
Izrek:

Vsi obodni koti nad istim lokom so enako veliki.

2. 1. 6 Talesov izrek o kotu v polkrogu

Kot, ki ima vrh na krožnici, kraka pa potekata skozi krajišči premera te krožnice, je pravi kot.

Kotu v polkrogu pravimo tudi obodni kot nad premerom kroga.



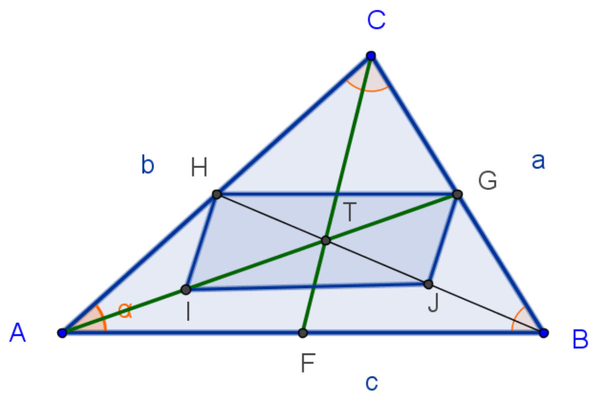
Slika 6: ***Talesov izrek o kotu v polkrogu***

Iz katerekoli točke na polkrožnici (razen iz A in B) vidimo premer AB pod zornim kotom 90°.

2. 2 Znamenite točke trikotnika

2. 2. 1 Težišče trikotnika

Težiščnica trikotnika je daljica, ki veže oglišče trikotnika z razpoloviščem nasprotne stranice.



Slika 7: *Težiščnice se sekajo v dveh tretjinah svoje dolžine od oglišča.*

Naj bodo G, H, F v tem vrstnem redu razpolovišča stranic BC, CA, AB trikotnika ABC. Daljice AG, BH in CF so težiščnice trikotnika ABC. Na sliki so zelene barve.

t_a - od oglišča A do razpolovišča stranice a

t_b - od oglišča B do razpolovišča stranice b

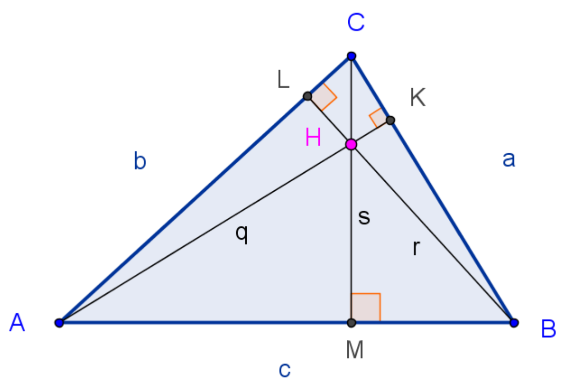
t_c - od oglišča C do razpolovišča stranice c

Izrek:

Vse tri težiščnice se sekajo v točki **T**, ki jo imenujemo **težišče** trikotnika. Težiščnice se sekajo v dveh tretjinah svoje dolžine od oglišča.

2. 2. 2 Višinska točka

***Višina** trikotnika je pravokotnica na stranico trikotnika, ki gre skozi nasprotno oglišče trikotnika.*



Slika 8: *Višinska točka H.*

Višina na stranico AB je pravokotna na stranico AB in poteka od oglišča C do nožišča M, ki leži na stranici AB. Višina na stranico BC je pravokotna na stranico BC in poteka od oglišča A do nožišča K, ki leži na stranici BC. Višina na stranico AC je pravokotna na stranico AC in poteka od oglišča B do nožišča L, ki leži na stranici AC.

Izrek:

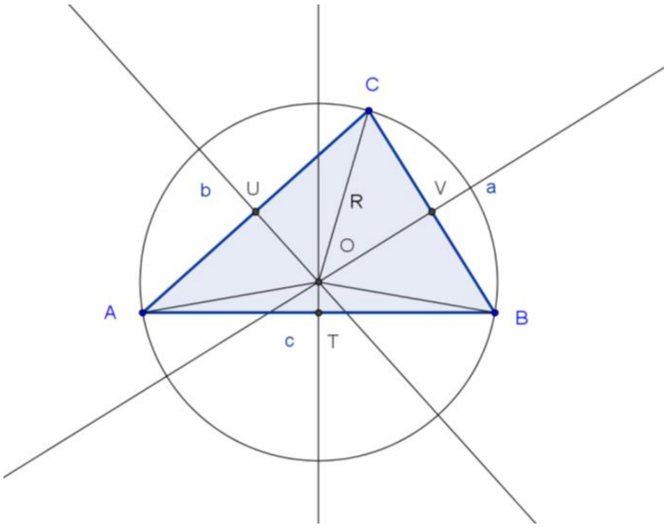
Točko, v kateri se sekajo vse tri višine trikotnika, imenujemo **višinska točka** in jo označimo s H. Višine so na sliki črne barve.

2. 2. 3 Središče trikotniku očrtanega kroga

Središče trikotniku očrtanega kroga je v sečišču vseh treh simetral stranic. To točko označimo s S_0. Središče je enako oddaljeno od vseh treh oglišč. Na očrtanem krogu trikotnika vsa ležijo tri oglišča.

Polmer očrtanega kroga izračunajmo po naslednji formuli:

$$R = \frac{a}{2\sin\alpha} = \frac{b}{2\sin\beta} = \frac{c}{2\sin\gamma}$$



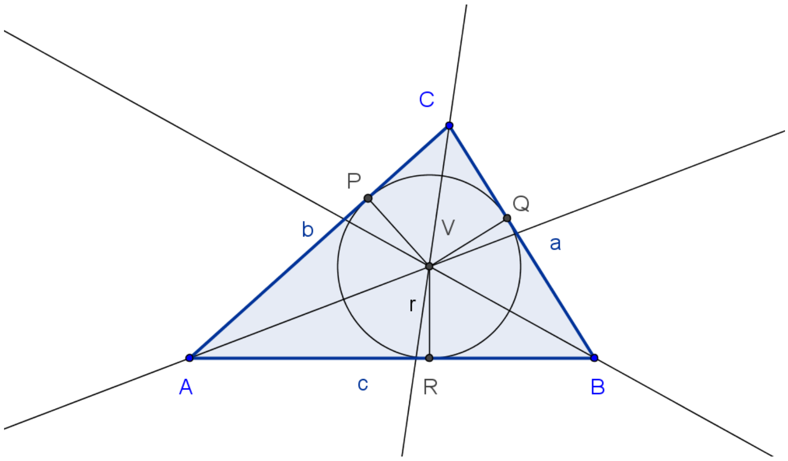
Slika 9: ***Središče trikotniku očrtanega kroga.***

Središče te krožnice mora ležati na simetralah daljic AB in BC. Presečišče O teh dveh simetral je središče iskane krožnice. Ta krožnica je **očrtana krožnica** trikotniku ABC, točka O pa je **središče očrtanega kroga.**

Če je trikotnik ostrokotni, potem leži O znotraj trikotnika, pri topokotnih trikotnikih pa zunaj trikotnika. Če je trikotnik pravokoten, potem središče očrtanega kroga sovpada z razpoloviščem hipotenuze trikotnika. Vse to lahko preverimo, če ustrezno premikamo oglišča trikotnika ABC.

2. 2. 4 Središče trikotniku včrtanega kroga

Trikotniku včrtana krožnica ima središče v sečišču simetral vseh treh simetral notranjih kotov.

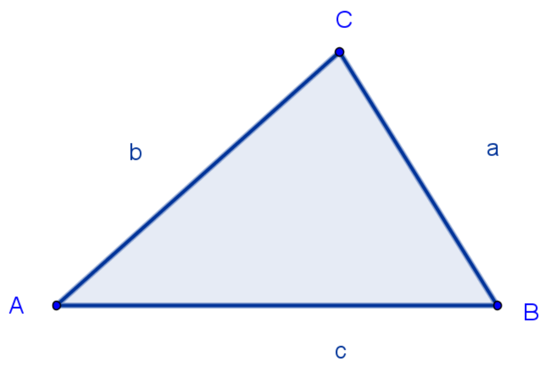


Slika 10: ***Središče trikotniku včrtanega kroga.***

2. 3 Obseg trikotnika

Obseg trikotnika je sklenjena črta, ki omejuje trikotnik. Izračunamo ga tako, da seštejemo vse tri stranice.

$$o = a + b + c$$



Slika 11: Trikotnik ABC.

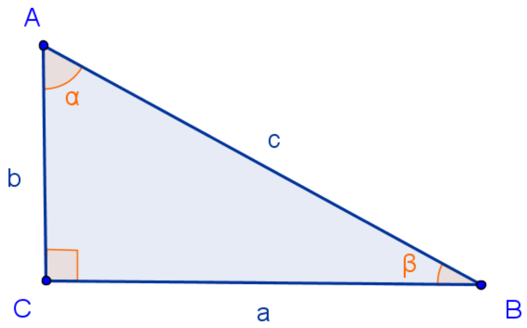
2. 4 Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku

2. 4. 1 Pravokotni trikotnik

Pravokotni trikotnik je trikotnik, ki ima točno en pravi kot. Praviloma označujemo pravokotni trikotnik tako, da je to kot pri oglišču C, torej: $\gamma = 90°$. Ostala dva kota sta komplementarna, kar pomeni, da velja:

$$\alpha + \beta = 90°$$

Najdaljšo stranico pravokotnega trikotnika imenujemo **hipotenuza**, ostali dve stranici pa **kateti**.

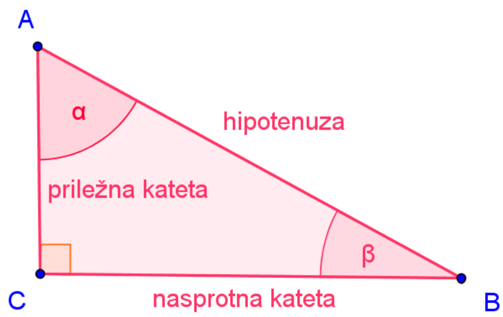


Slika 12: *Pravokotni trikotnik ABC.*

2. 4. 2 Kotne funkcije v pravokotnem trikotniku

Razmerje stranic v pravokotnem trikotniku ni odvisno od velikosti trikotnika, pač pa samo od kotov. Ker je v pravokotnem trikotniku $\gamma = 90°$ ($\beta = 90° - \alpha$), je razmerje stranic odvisno samo od kota α.

Zato razmerja stranic imenujemo **kotne funkcije** kota α.



Slika 13: *Pravokotni trikotnik in oznake stranic.*

Sinus kota α je enak razmerju med kotu α nasprotno kateto in hipotenuzo:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

Kosinus kota α je enak razmerju med kotu α priležno kateto in hipotenuzo:

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

Tangens kota α je enak razmerju med kotu α nasprotno kateto in priležno kateto:

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

Kotangens kota α je enak razmerju med kotu α priležno kateto in nasprotno kateto:

$$\mathrm{c}\,tg\alpha = \frac{b}{a}$$

Podobno velja:

Sinus kota β je enak razmerju med kotu α nasprotno kateto in hipotenuzo:

$$\sin\beta = \frac{b}{c}$$

Kosinus kota β je enak razmerju med kotu α priležno kateto in hipotenuzo:

$$\cos\beta = \frac{a}{c}$$

Tangens kota β je enak razmerju med kotu α nasprotno kateto in priležno kateto:

$$tg\beta = \frac{b}{a}$$

Kotangens kota β je enak razmerju med kotu α priležno kateto in nasprotno kateto:

$$\mathrm{c}\,tg\beta = \frac{a}{b}$$

Zgornji definiciji sta uporabni samo za kote od 0° do 90°.

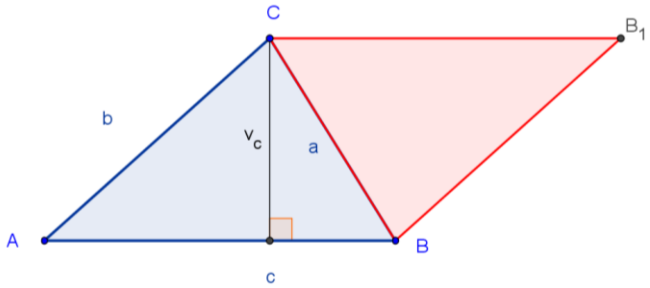
2. 5 Ploščina in obseg trikotnika

Obseg trikotnika je enak vsoti dolžin njegovih stranic:

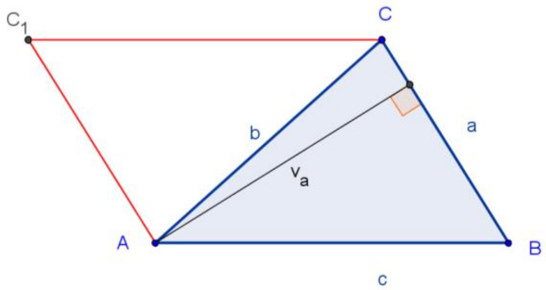
$$o = a + b + c$$

Ploščina trikotnika je ploskev, omejena s sklenjeno črto (obsegom).

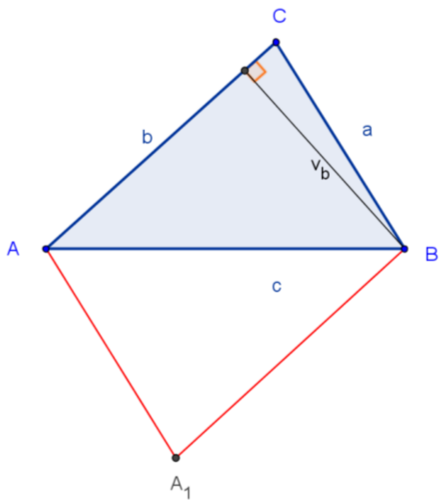
Trikotnik lahko dopolnimo v paralelogram tako, da ena izmed stranic trikotnika postane diagonala paralelograma, drugi stranici trikotnika pa sosednji stranici paralelograma.



Slika 14



Slika 15



Slika 16

Denimo, da je stranica BC trikotnika ABC diagonala paralelograma ABB_1C. Ker je $c = |AB|$ dolžina stranice paralelograma, v_c pa višina nanjo, je ploščina paralelograma enaka $c \cdot v_c$.

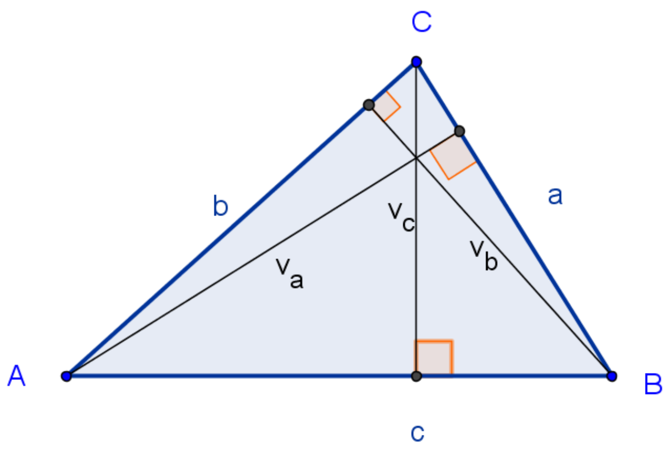
Trikotnika BB_1C in CAB sta skladna, saj se ujemata v vseh treh enakoležnih stranicah in zato ploščinsko enaka. To pomeni, da je ploščina trikotnika ABC enaka polovici ploščine paralelograma ABB_1C: $S_{\Delta ABC} = \frac{c \cdot v_c}{2}$.

Podobno dobimo še dva izraza za ploščino trikotnika.

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

FORMULA ZA PLOŠČINO TRIKOTNIKA

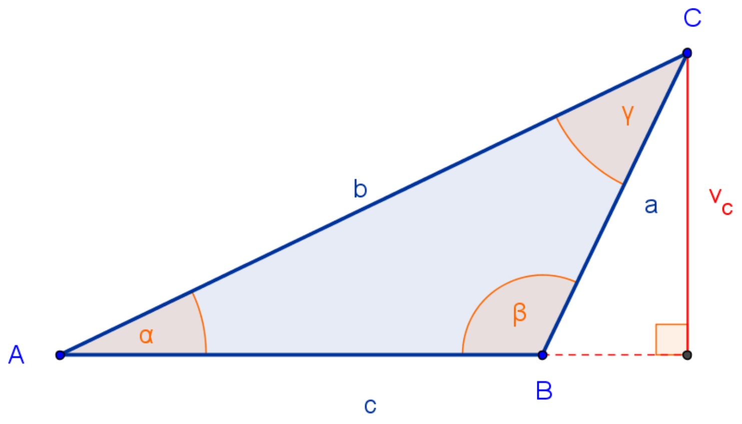
Dolžino višine trikotnika lahko izrazimo z uporabo kotnih funkcij.



Slika 17: ***Ostrokotni trikotnik ABC.***

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \rightarrow v_c = b \cdot \sin\alpha$$
$$\sin\beta = \frac{v_c}{a} \rightarrow v_c = a \cdot \sin\beta$$
$$v_a = c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma$$
$$v_b = a \cdot \sin\gamma = c \cdot \sin\alpha$$

Na enak način lahko izrazimo tudi dolžino višine na stranico ob topem kotu topokotnega trikotnika.



Slika 18: ***Topokotni trikotnik ABC.***

$$\sin\alpha = \frac{v_c}{b} \rightarrow v_c = b \cdot \sin\alpha$$

$$\sin\beta = \frac{v_c}{a} \rightarrow v_c = a \cdot \sin\beta$$

FORMULA ZA PLOŠČINO TRIKOTNIKA

$$S = \frac{a \cdot b \cdot \sin\gamma}{2} = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2} = \frac{b \cdot c \cdot \sin\alpha}{2}$$

Kadar pa poznamo v trikotniku vse tri stranice trikotnika, lahko uporabimo še eno formulo za ploščino trikotnika:

HERONOVA FORMULA

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

$$s = \frac{o}{2} = \frac{a+b+c}{2}.$$

Pri tem so **a, b** in **c stranice** trikotnika ABC, **s** je **polovični obseg** trikotnika ABC in **S ploščina** trikotnika ABC.

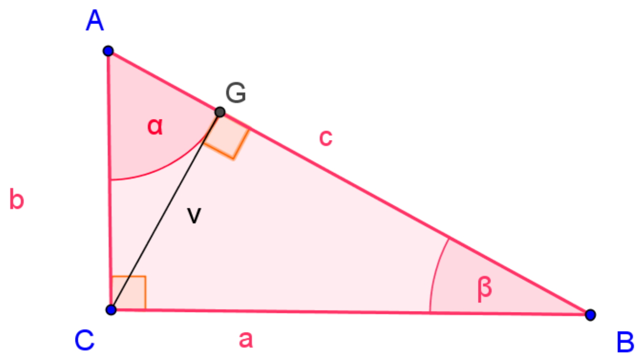
2. 5. 1 Delitev trikotnikov

Poznamo dve delitvi, na podlagi katerih ločimo trikotnike. Prva delitev se navezuje na dolžino oz. razmerje stranic v trikotniku. Druga delitev pa se nanaša na velikost kotov v trikotniku.

Glede na slednjo lastnost ločimo tri:

- **OSTROKOTNI TRIKOTNIK (ima tri notranje ostre kote)**
- **TOPOKOTNI TRIKOTNIK (ima en notranji topi kot)**
- **PRAVOKOTNI TRIKOTNIK (kot v oglišču C je pravi kot)**

Pravokotni trikotnik je trikotnik, ki ima enega izmed treh kotov velikega 90 stopinj – pravi kot. Dogovor pravi, da se mora pravi kot nahajati v oglišču C in biti označen z gama. Najdaljša stranica se imenuje hipotenuza. Leži nasproti pravega kota. Preostali dve stranici, ki oklepata pravi kot, pa se imenujeta kateti.



Slika 19: *Pravokotni trikotnik, z vrisano višino c*

Pri računanju **ploščine pravokotnega trikotnika** lahko uporabimo klasično formulo za ploščino trikotnika:

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

Zgoraj omenjena formula je v pravokotnem trikotniku dosti bolj enostavna, saj velja

$$v_a = b \text{ in } v_b = a$$

in zato velja

PLOŠČINA PRAVOKOTNEGA TRIKOTNIKA

$$S = \frac{a \cdot b}{2}$$

3 RAZISKOVALNI DEL

3. 1 Metode dela

3. 1. 1 Izbira ustreznih virov

Potrebne podatke za raziskovalni del naloge sem iskala na različnih mestih. Obiskala sem več knjižnic (šolsko knjižnico, Knjižnico Josipa Vošnjaka Slovenska Bistrica, Celjsko knjižnico ...). Nekaj podatkov sem poiskala tudi v učbenikih za matematiko – Matematika za radovedneže 8 (J. Smogavec, C. Govejšek, J. Senkovič), Presečišče 7 (M. Strnad, M. Štuklek, D. Kurillo, A. Žakelj), Matematika 3, učbenik za gimnazije (M. Bon Klajnšček, B. Dvoržak, D. Felda) itd. Podatke o uporabi ploščine trikotnika sem našla tudi ob branju raznih matematičnih revij.

Pri drugem polovici raziskovalnega dela sem si pomagala predvsem z intervjujem. Moj sogovorec je bil bistriški geodet g. Aljaž Lesjak. Pojasnil mi je poklic geodeta in njegovega dela. Pokazal mi je tudi nekaj posnetkov za lažjo predstavo. Več pa v nadaljevanju.

3. 2 Kako so trikotnike uporabljali tisoče let nazaj?

3. 2. 1 Gradnja piramid

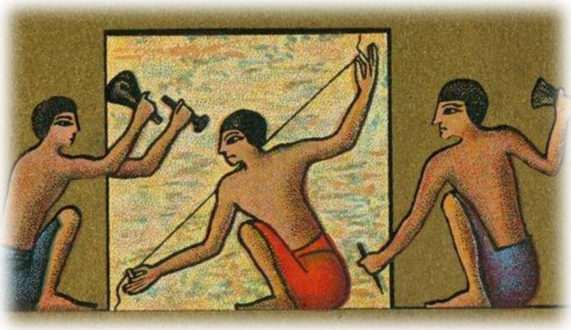
Piramide, ti neverjetni spomeniki izpred tisočih let. Prvi zapisi o njih naj bi bili narejeni okoli leta 450 pred našim štetjem. Njihov avtor pa naj bi bil stari Grk Herodot, ki je takrat prišel v Egipt in na podlagi zgodb ljudi in drugih zapisov ter dejstev oblikoval prvo enotno besedilo o piramidah.

Najvišja egipčanska piramida, ki jo je dal zgraditi faraon Keops okoli leta 2570 pred našim štetjem, naj bi bila zgrajena po naslednji tehniki.

Iz prvih zapisov je razvidno, da naj bi gradnja trajala okoli 20 let. Konstrukcija je bila zgrajena iz mnogih kamnov, težkih tudi 2.5 tone. Vsak kamen je moral ročno obdelati delavec. Za popolne ploskve in kote je potreboval tudi naslednji orodji:

- **KOTNIK**, orodje (podobno pravokotnemu trikotniku), s katerim je preveril, ali so vsi koti pravokotni.
- **TRIKOTNIK Z OBEŠENO UTEŽJO** je bil trikotnik, s katerim so se prepričali, da je vrhnja ploskev posameznega kamna popolnoma ravna. To so storili tako, da so trikotnik postavili na ploskev. Če je utež visela pravokotno na ploskev oz. če je utež visela točno po sredini trikotnika, so vedeli, da je ploskev ravna.

Iz slednjih odstavkov lahko sklepamo, da so bili trikotniki pomembni tudi pri gradnji piramid v Egiptu, torej več kot 4000 let nazaj.

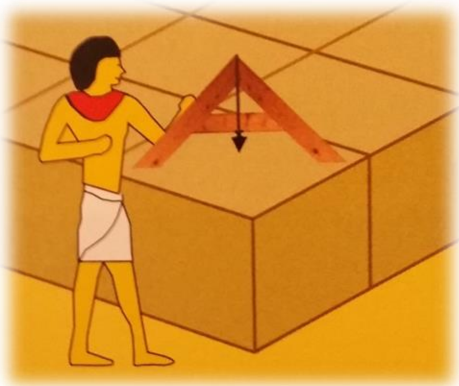


Slika 20: ***Egipčanski hieroglif prikazuje delavce, ki pripravljajo kos kamna za gradnjo piramide***

Vir: http://www.bh-index.com/rasvijetljena-tajna-egipatskih-piramida-graditelji-su-koristili-trik-sa-nakvasenim-pijeskom/

Slika 21: ***Kamnosek uporablja orodje*** *kotnik*

Vir: Ball, J., Matematični čarovniki.1.izd.Murska Sobota: Pomurska založba, 2010



Slika 22*: Kamnosek uporablja orodje trikotnik z* *obešeno utežjo*

Vir: Ball, J., Matematični čarovniki.1.izd.Murska Sobota: Pomurska založba, 2010

Primer 1:

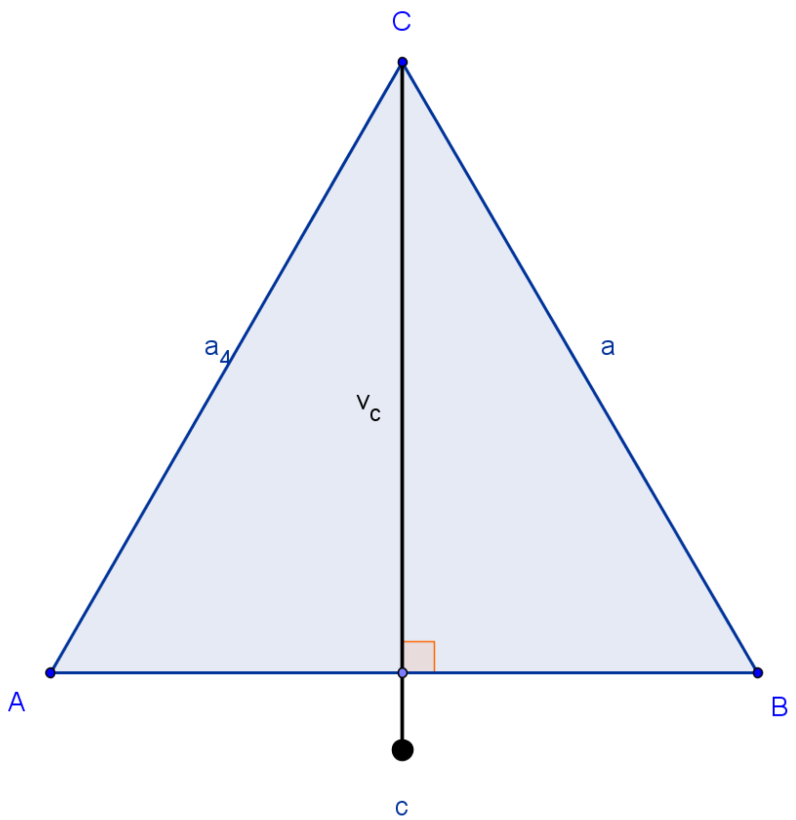
Uporabnost orodja sem tudi sama preizkusila. Izdelala sem model obeh orodij.

Najprej trikotnik z obešeno utežjo. Na trši material (npr. karton) narišemo enakokraki trikotnik poljubne velikosti. Trikotnik izrežemo. Nanj s pisalom narišemo višino na c. Nato vzamemo debelejšo vrvico, ki mora biti krajša od višine c, in na konec obesimo poljubno utež (kroglica plastelina). Začetek vrvice pa pritrdimo na vrh trikotnika – v oglišče C. In tako je naše orodje pripravljeno.

Sama sem s pomočjo tega orodja preverjala delovni pult v kuhinji in odtočno cev. Na zgornjo ploskev delovnega pulta sem postavila trikotnik. Ker je vrvica visela točno po višini c, sem iz tega lahko sklepala, da je zgornja ploskev vodoravna. To sem naknadno potrdila še z vodno tehtnico. Pri meritvi odtočnih cevi je bila nitka z utežjo nagnjena desno od višine na c. Cev torej ni vodoravna. Oče mi je pojasnil, da mora imeti odtočna cev padec 1%. Torej na enem metru dolžine pade višina za 1cm.

Nato pa sem trikotnik postavila na dvorišče. Dvorišče je zgrajeno z naklonom, da se voda steka v odtok. Moj trikotnik z vrvico in utežjo sem postavila na dvorišče. Vrvica je visela izven linije višine c. Nato sem ga obrnila še pravokotno v drugo smer. Tudi tukaj se je zgodilo enako. Moja merilna naprava je pokazala, da dvorišče ni vodoravno. Ima celo naklon v dveh smereh. Ponovno sva z očetom meritev preverila z vodno tehtnico, ki je moje meritve potrdila. Rezultat je bil pričakovan, saj se mora voda steči najprej v drenažo in nato po njej odteči še v odtok. Kar pomeni, da površina ni vodoravna.

Danes torej v te namene uporabljamo vodne tehtnice, ki pa so lahko zelo različne. Ena najbolj natančnih in enostavnih, ki jo uporabimo pri gradnji hiše, je cev napolnjena z vodo. Nivo vode na obeh koncih označuje isto nadmorsko višino ali dve točki, ki ležita na vodoravni ravnini.



Slika 23: ***Trikotnik z obešeno utežjo***

Primer 2:
Izdelala sem zgoraj omenjeni **trikotnik.** Izdelava je precej preprosta. Na trši material (npr. karton) narišemo enakokrak trikotnik. V oglišču C pritrdimo točkovno nit, ki jo na drugem koncu obtežimo z utežjo. Iz istega oglišča narišemo višino na nasprotno stranico, ki jo hkrati tudi razpolovi.

S pomočjo tega trikotnika lahko preverimo pravokotnost kota. Če se bo nit popolnoma prilegala narisani višini, bomo vedeli, da je je merjena ploskev vodoravna.

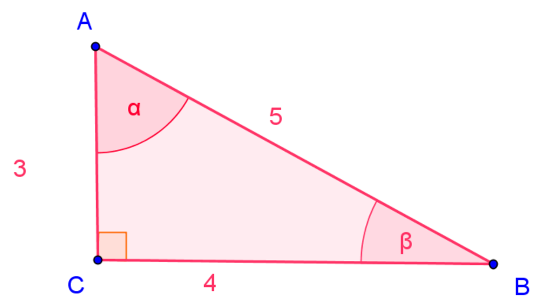
3. 2. 2 Merjenje zemljišč

V Egiptu, ob Nilu, so večkrat pustošile poplave. Povodenj je vedno odplavila meje med polji. Zato so morali kmetje vsakič znova zarisati velikost zemljišča. Vsak kmet je imel dolžnost, da je poznal mere svojega ozemlja, saj so jih vladarji obdavčevali na podlagi velikosti zemljišča.

Za razkosanje zemlje so uporabljali dolge vrvi z vozli v enakih razmikih. Nato so vrvi napeli v pravokotne trikotnike in prešteli vozle na posamezni stranici trikotnika. Vedeli so, da so trikotniki s stranicami velikimi 3, 4 in 5 enot pravokotni. Tudi trikotniki s stranicami 5, 12 in 13 enot so vedno pravokotni. Ko so napeli dva pravokotna trikotnika (enega ob drugem), so dobili pravokotno zemljišče.

Ta način je bil najbrž sorazmerno hiter in enostaven, saj si potreboval le količke in vrv z vozli. Našli pa so tudi hieroglif, ki prikazuje, kako egiptovski kmetje merijo polja pšenice z vrvjo z vozli.

Običajno so uporabljali ta način. Če pa so polja že imeli razdeljena in omejena z mejniki, vendar je bilo to zemljišče nepravilne oblike, so ploščino izračunali tako: ozemlje so razdelili na pravokotne trikotnike, izračunali ploščino posameznega trikotnika in nato sešteli vse ploščine. Na tak način so dobili ploščino celotnega ozemlja.

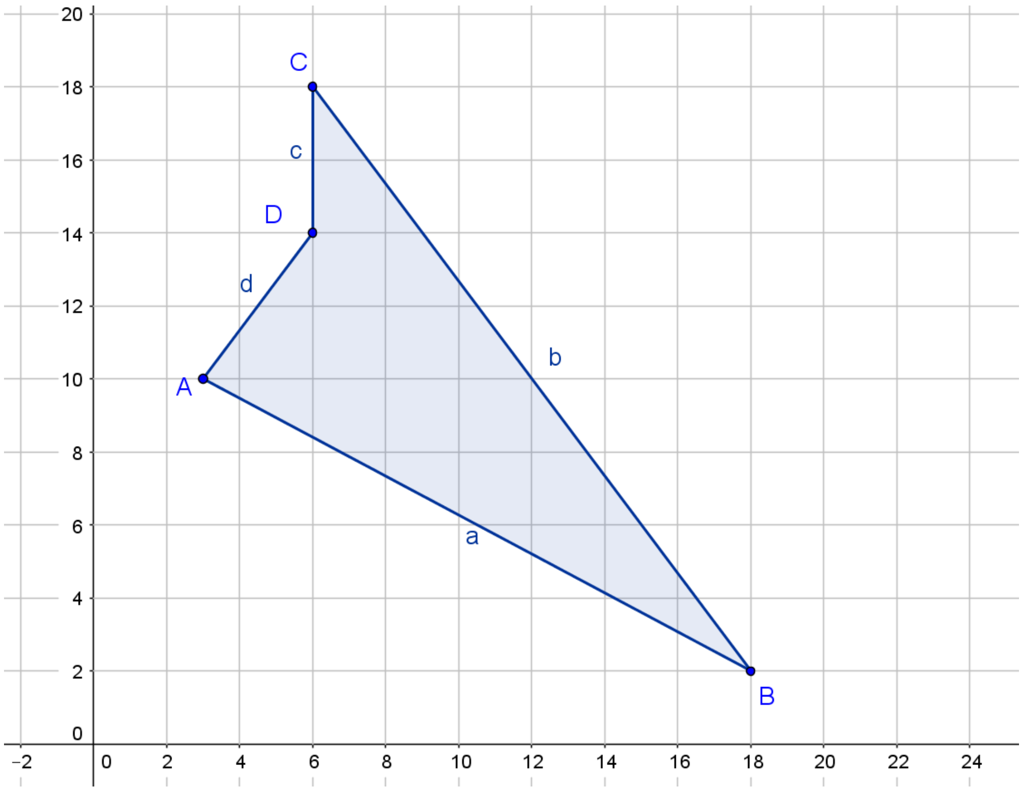


Slika 24: ***Prikazan je trikotnik s stranicami 3, 4 in 5 enot, ki je vedno pravokoten***

Seveda se tak postopek zaplete in je lahko zelo dolgotrajen. Zato so matematiki odkrili še druge metode in načine, kako izračunati ploščine brez pravokotnih trikotnikov. Za to je poskrbel matematik Heron z obrazcem, ki je po njem tudi dobil ime. Primer takšnega zemljišča sem prikazala z naslednjim primerom.

Primer 2

Izračunaj ploščino lika v ravnini, ki ga določajo točke $A(3,10), B(18,2), C(6,18), D(6,14)$.



Slika 25

Na skici razdelimo dani lik na dva trikotnika: ABD in DCB. Ploščina danega lika je ploščina je vsota ploščin danih dveh trikotnikov. Pri izračunu si pomagamo z uporabo formule za razdaljo med dvema točkama v ravnini za izračun dolžin stranic ter Heronovo formulo za izračun ploščine trikotnika, kadar poznamo vse tri stranice trikotnika.

$$\underline{A(3,10), B(18,2), C(6,18), D(6,14)}$$

$$d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$a=d(A,B)=\sqrt{(3-18)^2+(10-2)^2}=\sqrt{15^2+8^2}=\sqrt{17^2}=17$$
$$b=d(B,C)=\sqrt{(18-6)^2+(2-18)^2}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{20^2}=20$$
$$c=d(C,D)=\sqrt{(6-6)^2+(18-14)^2}=\sqrt{0^2+4^2}=\sqrt{4^2}=4$$
$$d=d(D,A)=\sqrt{(6-3)^2+(14-10)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{5^2}=5$$
$$e=d(B,D)=\sqrt{(18-6)^2+(2-14)^2}=\sqrt{12^2+12^2}=\sqrt{2\cdot 12^2}=12\sqrt{2}$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$s_1 = \frac{a+d+e}{2} \qquad s_2 = \frac{b+c+e}{2}$$

$$s_1 = \frac{17+5+12\sqrt{2}}{2} = \frac{22+12\sqrt{2}}{2} = 11+6\sqrt{2} \qquad s_2 = \frac{20+4+12\sqrt{2}}{2} = \frac{24+12\sqrt{2}}{2} = 12+6\sqrt{2}$$

$$S_1 = \sqrt{s_1(s_1-a)(s_1-d)(s_1-e)}$$

$$S_1 = \sqrt{\left(11+6\sqrt{2}\right)\left(-6+6\sqrt{2}\right)\left(6+6\sqrt{2}\right)\left(11-6\sqrt{2}\right)} = \sqrt{\left(11+6\sqrt{2}\right)\left(11-6\sqrt{2}\right)\left(-6+6\sqrt{2}\right)\left(6+6\sqrt{2}\right)} =$$

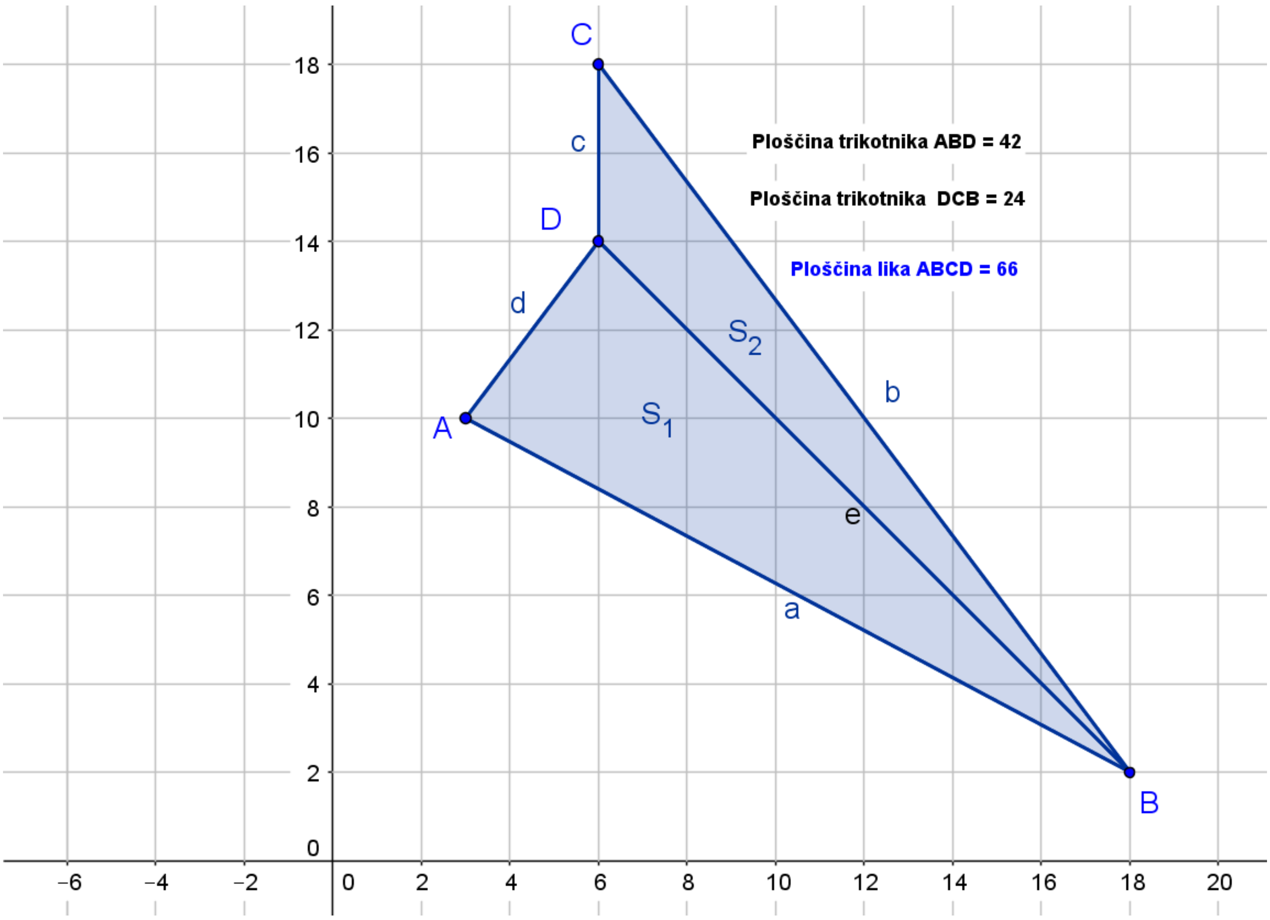
$$= \sqrt{(121-36\cdot 2)(-36+36\cdot 2)} = \sqrt{49\cdot 36} = 42$$

$$S_2 = \sqrt{s_2(s_2-b)(s_2-c)(s_2-e)}$$

$$S_2 = \sqrt{\left(12+6\sqrt{2}\right)\left(-8+6\sqrt{2}\right)\left(8+6\sqrt{2}\right)\left(12-6\sqrt{2}\right)} = \sqrt{\left(12+6\sqrt{2}\right)\left(12-6\sqrt{2}\right)\left(-8+6\sqrt{2}\right)\left(8+6\sqrt{2}\right)}$$

$$= \sqrt{(144-36\cdot 2)(-64+36\cdot 2)} = \sqrt{72\cdot 8} = \sqrt{576} = 24$$

$$S = S_1 + S_2 = 42 + 24 = 66$$



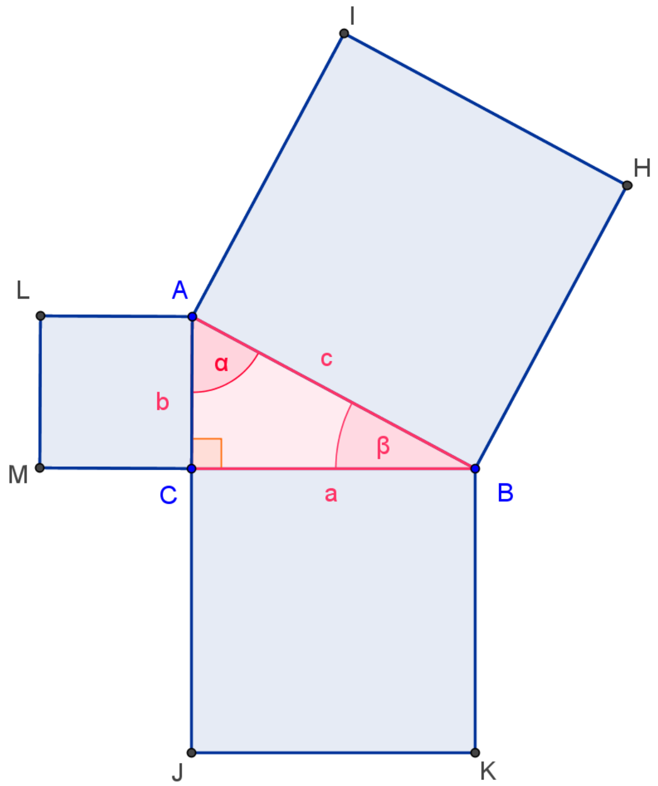
Slika 26: *Geometrijsko rešena naloga z Geogebro*

Enak rezultat kot računsko dobimo tudi geometrijsko z Geogebro in uporabo orodja za izračun ploščine.

3. 2. 3 Grki in trikotniki

Egipčani so še naprej preučevali trikotnike in kote. Vso znanje so potem predali Grkom, ki so odkrili še več in razvili novo vejo matematike – GEOMETRIJO.

Eden izmed največjih grških matematikov je bil **PITAGORA**. Zanimali so ga predvsem trikotniki. Šel je še korak dlje od Egipčanov. Narisal je pravokotni trikotnik. Ob vsaki izmed stranic je narisal kvadrate. Ugotovil je, da je ploščina kvadrata ob hipotenuzi, enaka vsoti ploščin kvadratov ob katetah. Z uporabo matematične logike je dokazal, da to velja za kakršen koli pravokotni trikotnik. Iz tega je tudi izpeljan Pitagorov izrek, ki se glasi:



Slika 27*: Prikazan je pravokotni trikotnik, s stranicami in pripadajočimi kvadrati*

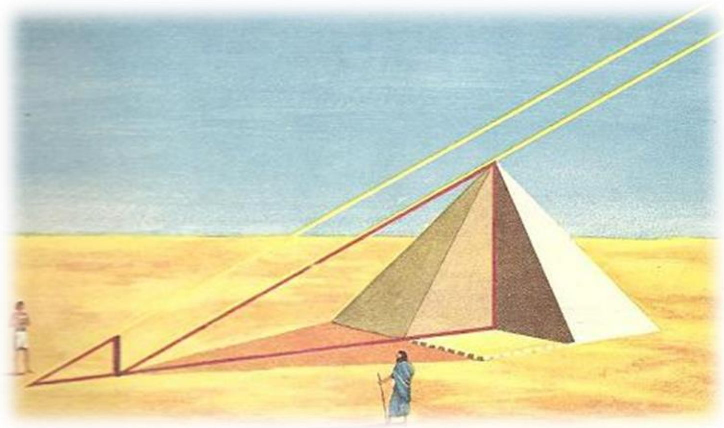
Vsota kvadratov nad katetama je enaka kvadratu nad hipotenuzo. Ploščina kvadrata nad hipotenuzo c je $S = c^2$, ploščina kvadrata nad kateto a je $S = a^2$, ploščina kvadrata nad stranico b je $S = b^2$.

PITAGOROV IZREK

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Po svojih ugotovitvah je znan tudi grški matematik **TALES**. Domislil se je zanimivega načina merjenja teles, ki so bila previsoka. Počakal je, da so sončni žarki padali pod takšnim kotom, da je bila dolžina njegove sence enaka njegovi višini. Spoznal je, da se to zgodi takrat, ko sonce sije pod kotom 45°. Takrat se je oblikoval pravokotni trikotnik. Prva točka je bila na tleh, na mestu, kjer je telo stalo. Druga točka se je nahajala navpično navzgor od prve, točno na vrhu telesa. Tretja točka se je nahajala na tleh, na mestu, kjer se je končala senca. Tako je nastal pravokotni trikotnik, s koti 90° in dvakrat po 45°. Po takšnem načinu je bila izmerjena tudi najvišja piramida v Egiptu.

Talesov trik so uporabljali tudi pri podiranju dreves. Ljudje so se namreč spraševali, kako daleč od drevesa moreš biti oddaljen, ne da bi drevo padlo nate. Biti moraš tako daleč, kolikor je visoko drevo. Iz prejšnjega odstavka vemo, da je kot med vrhom telesa (drevesa) in senco v velikosti 45°. Če je bil kot med točko, kjer je stal človek, in med vrhom drevesa večji od 45°, je drevo padlo na človeka. Ali z drugimi besedami: če si bil v času, ko so sončni žarki padali pot kotom 45°, v notranjosti sence, je drevo padlo nate. Če pa je bil kot med točko, kjer je stal človek in med vrhom drevesa, manjši od 45°, drevo ni padlo nanj.



Slika 28: ***Tales pri merjenju piramide***

VIR: http://diameter.si/sciquest/P4.htm

Kako izmeriti višino stebra takrat, ko sončni žarki ne padajo pod kotom 45°? Takšno vprašanje si je postavil grški matematik **HIPARH**. Potreboval je torej steber in neko telo, katerega višino je poznal, na primer višino človeka. Ugotovil je, da za to potrebuješ dva pravokotna trikotnika. Enega, katerega točke so: vrh stebra, točka, kjer se konča dolžina sence stebra ,in pa točka, kjer stoji steber. Točke drugega trikotnika pa so bile naslednje: vrh človeka, točka, kjer se konča senca človeka in točka, kjer stoji človek. Nato si izmeril dolžino človekove sence in jo primerjal z dejansko višino človeka. Ko si ugotovil razmerje, si lahko izračunal tudi višino stebra. Če je bila senca človeka dvakrat daljša od dejanske višine človeka, je bila tudi senca stebra dvakrat daljša od dejanske višine stebra.

HIPARH je šel še dlje. Izumil je novo vejo matematike: **TRIGONOMETRIJO**. S pomočjo le te je lahko prišel do mnogih podatkov. Med drugim pa je s pomočjo trigonometrije prišel do spoznanja, kako daleč je Luna oddaljena od Zemlje. Ponoči je opazoval Luno. Izmeril je njeno velikost in položaj, ko je bila najvišje na nebu. In njeno velikost in položaj, ko je bila na obzorju. Narisal je pravokotni trikotnik in izmerjene podatke primerjal med seboj. Pravilno je ugotovil, da je razdalja med Zemljo in Luno šestdesetkrat večja od Zemljinega polmera.

3. 3 Sodobni način merjenja površja

Danes površje naše države merijo geometri. Sama sem se prvič srečala s tem poklicem, ko sem se pogovarjala z gospodom geometrom Aljažem Lešnikom. Pojasnil mi je postopek merjenja ploščine nekega ozemlja, postopek merjenja nadmorske višine, dobila sem podatke o zgodovini merjenja površja in spoznala različne načine merjenja ploščine določenega ozemlja. Celoten intervju lahko najdete v prilogi ob koncu raziskovalne naloge.

Slika 29: Na intervjuju z geometroma

3. 3. 1 Merjenje zemljišč skozi zgodovino

Kot sem že omenila v teoretičnem delu, so med prvimi zemljišča merili Egipčani in sicer približno 2500 let pred našim štetjem. Dejansko so polja razdelili na pravokotne trikotnike, nato vse sešteli in dobili celotno ploščino polja. Ohranile so se tudi glinene tablice, na katerih so narisane prve karte.

Skozi zgodovino se je ta način ponekod ohranil, ponekod spreminjal. Denimo v Svetem rimskem cesarstvu so leta 200 pred našim štetjem, v času cesarja Avgusta, popisali vsa zemljišča. Torej so morali izračunati ploščino posameznega zemljišča, da so lahko posamezniku na podlagi velikosti zemljišča naložili davek. V tem času so začeli tudi z organiziranim šolanjem za zemljemerca.

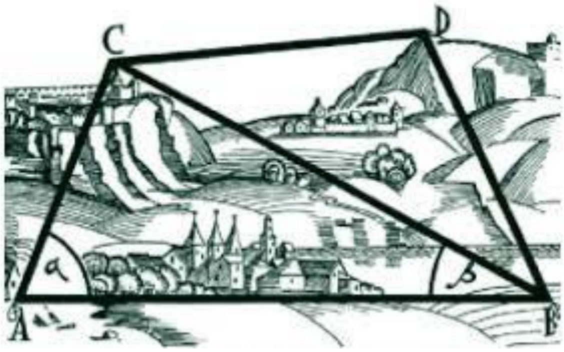
Okoli leta 1714 so začeli razvijati milanski kataster. Zemljo so merili na več načinov. Pomagali so si z merilno ali mersko mizico. Poznali so tri različne načine merjenja:

- Razdelitev zemlje na trikotnike (izračunali so ploščino posameznega trikotnika in nato vse sešteli)
- S pomočjo kvadratne mreže (a slednji način ni bil prav natančen)

Milanski kataster so uveljavili v letu 1760. Omenjeno mersko mizico pa so leta 1920 ukinili oziroma prepovedali njeno uporabo, saj je bila precej nenatančna.

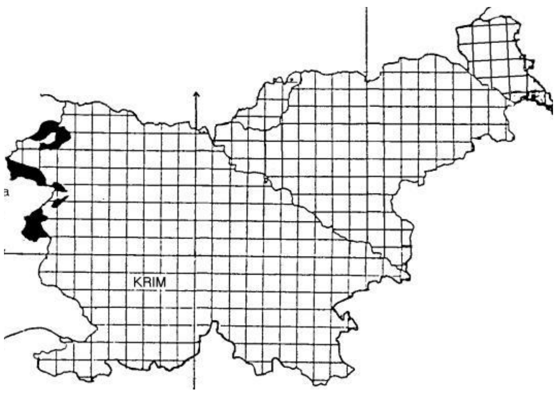
V nadaljevanju bom predstavila, kako danes merijo nadmorsko višino. Včasih so jo merili s pomočjo trigonometrične mreže. Poznali so mreže različnih redov. Vsak red se je razlikoval po velikosti stranice trikotnika. Na primer, mreža prvega reda je imela trikotnik s stranico 50 km, stranica trikotnika četrtega reda pa 3 km.

Trigonometrično mrežo četrtega reda so najprej določili na osnovi grafične triangulacije z merskimi mizicami. A tudi ta način so zaradi odstopanj v meritvah prenehali uporabljati leta 1896.



Slika 30: ***Prikaz uporabe trigonometrične mreže***

VIR: http://www.zdruzenje-sickmet.si/images/tabdoc/ZEMLJEMERSKA%20TEHNICNA%20DEDISCINA%20JE%20TUDI%2010%20STEBROV.pdf



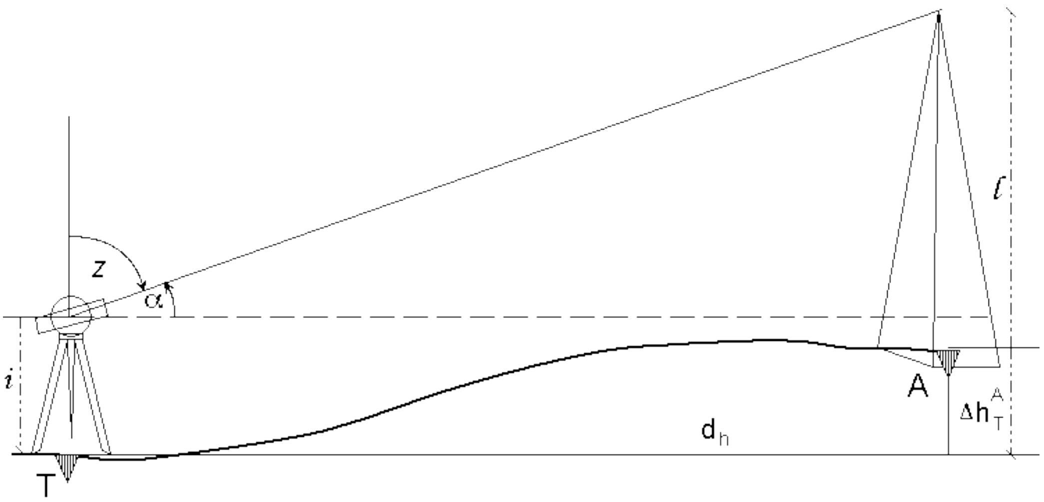
Slika 31: ***Mreža na podlagi katere lahko izmerimo približno ploščino Slovenije***

VIR: Ptuj_Lisec_2015

3. 3. 2 Merjenje nadmorske višine

Danes nadmorsko višino, kot omenjeno zgoraj, merijo geometri. Za merjenje potrebujejo naslednje instrumente: teodolit in stekleno prizmo. Teodolit je optično-mehanska naprava, ki natančno izmeri horizontalne in vertikalne kote ali razdalje. Uporabljamo ga pri meritvah kotov na večjih razdaljah. Natančnost teodolita merimo z zmožnostjo kotnih sekund oziroma miligonov. Najnatančnejši dosegajo tudi pod 0,5 kotne sekunde. Steklena prizma pa je zrcalo, od katerega se žarek teodolita odbije. Postopek pa je takšen:

Imamo izbrano točko T (ki ima podano koordinato x in y ter nadmorsko višino). S teodolitom se postavimo na to točko T in izmerimo višino teodolita. Nato pa na vrh gore, ki ji želimo izmeriti nadmorsko višino (npr. gora z vrhom v točki A), postavimo stekleno prizmo (na kateri se odbija žarek, ki ga oddaja teodolit), ki stoji na palici višine h. Teodolit nato določi horizontalni in vertikalni kot. Za merjenje razlike v nadmorski višini je potreben vertikalni kot α. Na podlagi izmerjenega kota α, dolžine med prizmo in teodolitom ter z višino teodolita in prizme lahko s pomočjo pravokotnih trikotnikov izračunamo višinsko razliko med točkama T, kjer se nahaja teodolit in točko A, ki ji želimo določiti višino (v mojem primeru vrh gore).

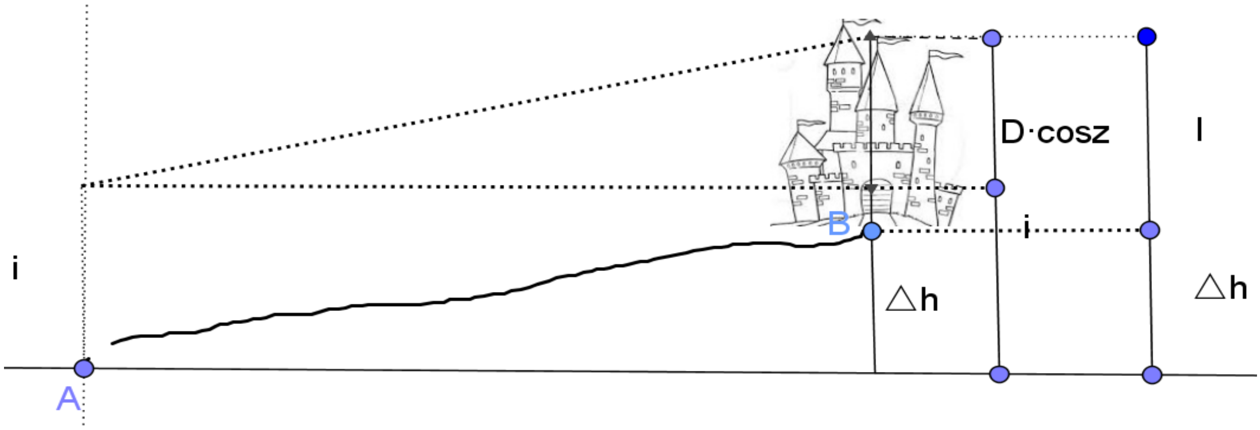


Slika 32: *Na skici je prikazan teodolit, gora (ki ji želimo izmeriti nadmorsko višino) in steklena prizma, ki je na gori.*

VIR: http://www.fgg.uni-lj.si/~/mkuhar/Pouk/Gradb/Tv/trig_vis.html

Primer 3

Izračunaj nadmorsko višino Starega gradu Celje, če je nadmorska višina Celja 238m, razdalja med merilnima točkama 732m in zenitna razdalja 77,94°.



Slika 33: *Stari grad Celje*

$D = 732m, H_A = 238m$

$$\triangle h + l = D \cdot \cos z + i$$
$$\triangle h = D \cdot \cos z + i - l; i = l$$
$$\triangle h = D \cdot \cos z$$
$$\triangle h = 732 \cdot \cos 77{,}94° = 153m$$

$$H_B = H_A + \triangle h$$
$$H_B = 238 + 153$$
$$H_B = 391m$$

Stari grad Celje se nahaja na nadmorski višini 391m.

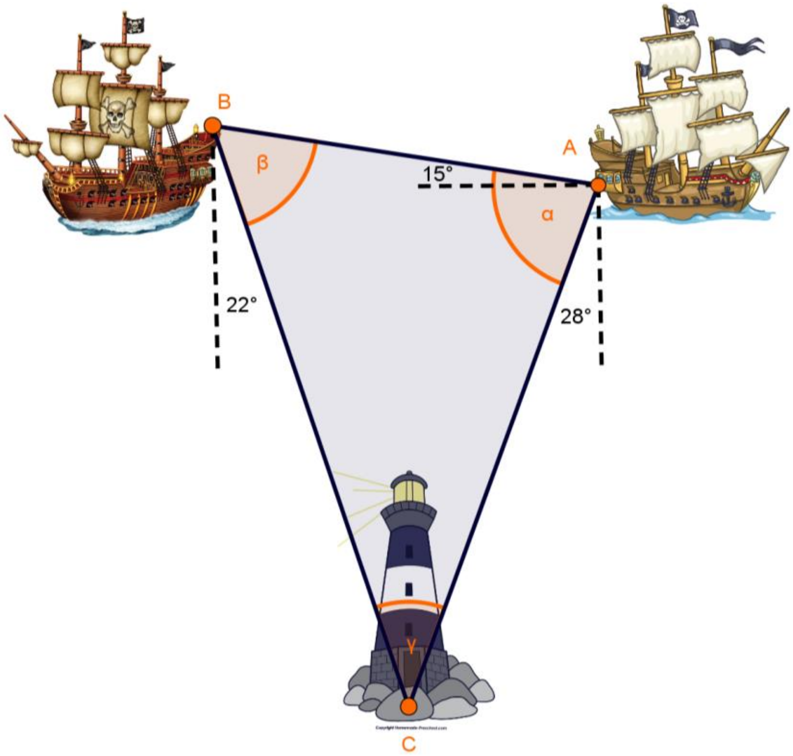
3. 3. 3 Uporaba sinusnega izreka v pomorstvu

Nekoč so si z uporabo sinusnega izreka pomagali določiti položaje mnogih oddaljenih točk, v naravi nedostopnih objektov, višine objektov, nadmorske višine gora ...

Uporabljali so ga tudi pomorci za določitev hitrosti ladij.

Primer 4

Iz točke *A* vidijo mornarji na ladji, oddaljeni od svetilnika 4 km, svetilnik pod kotom 28° zahodno. Svetilnik se čez 10 minut vidi s položaja *B* pod kotom 22° vzhodno. Kolikšna je hitrost ladje, če je smer gibanja 15° severno?



Slika 34: *Uporaba sinusnega izreka v pomorstvu*

Označimo kote trikotnika ABC kot na sliki z α, β in γ. S slike lahko razberemo, da je:

$$\alpha = 90° - 28° + 15° = 77°$$
$$\beta = 90° - 22° - 15° = 53°$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$
$$\gamma = 180° - 77° - 53° = 50$$

Po sinusnem izreku je:

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$c \cdot \sin\beta = b \cdot \sin\gamma$$
$$c = b\frac{\sin\gamma}{\sin\beta}$$
$$c = 4\frac{\sin 50°}{\sin 53°} = 4\frac{0,76604}{0,79863} = 3,8km$$

Hitrost ladje izračunamo iz fizike po formuli $v = \frac{c}{t}$ kjer je t čas, c pa razdalja od svetilnika.

$$v = \frac{c}{t} = \frac{3,8km}{\frac{10}{60}h} = 22,8\frac{km}{h}$$

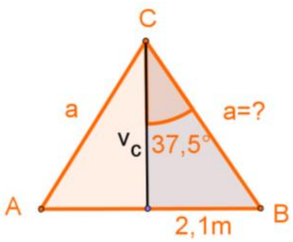
Kar je po spodnji pretvorbi približno 12,3 vozla. (1 vozel = 1 navtična milja/h = 1,852 km/h)

3. 3. 4 Uporaba kotnih funkcij v gradbeništvu

Primer 5

Izračunaj dolžino stranice strehe na hiši, ki je široka 4,2 m, kot ob vrhu pa meri 75°.

Slika 35



Slika 36

$$\sin 37{,}5° = \frac{2{,}1}{a}$$

$$a = \frac{2{,}1}{\sin 37{,}5°} = \frac{2{,}1}{0{,}60876} = 3{,}45m$$

Dolžina stranice strehe na hiši meri 3,45m.

3. 4 Preostali primeri trikotnikov v našem vsakdanu

Kot sem že večkrat omenila, so trikotniki nevede del našega vsakdana. Na spodnjih slikah je prikazanih nekaj primerov.

3. 4. 1 Bermudski trikotnik

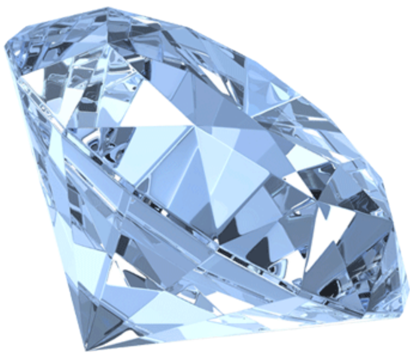
Bermudski trikotnik je del Atlantskega oceana, ki ima za oglišča naslednje kraje: Miami, San Juan in pa Bermudi. To je območje, kjer je število izginulih ladij in letal nenavadno visoko. Mnogi so si to v preteklosti razlagali na različne načine. Ene izmed najnovejših ugotovitev naj bi pokazale, da so vzrok za izginotja velike količine plina metana, ki se nahaja v Atlantskem oceanu.

Slika 37: *Slika prikazuje Bermudski trikotnik*

VIR: https://www.rtvslo.si/tureavanture/severna-amerika/bermudski-trikotnik-8211-skrivnost-ki-to-ni/199547

3.4. 2 Brušen diamant

Dandanes diamante brusijo po tehniki, pri kateri na diamantu oblikujejo več manjših likov (štirikotniki, trikotniki) iz katerih nastane celota.



Slika 38: *Slika prikazuje diamant*

VIR: http://www.glaser-kosmetik.com/#!mikrodermabrasion/cfez

3. 4. 3 Prometni znak

Poznamo več oblik prometnih znakov. Ena izmed oblik je tudi trikotnik.

Slika 39: *Prikazan je prometni znak v obliki enakostraničnega trikotnika*

VIR: http://www.petric.si/prometna-signalizacija/znaki-za-izrecne-odredbe

3. 4. 4 Stranska ploskev egipčanske piramide

Piramide sem že večkrat omenila. Med drugim pa trikotnike pri piramidi najdemo tudi na stranski ploskvi piramide. Egipčanske piramide imajo za osnovno ploskev kvadrat. Ostanejo pa še preostale štiri stranske ploskve, ki so v obliki trikotnika.

Slika 40: *Na sliki vidimo stransko trikotno ploskev piramide*

VIR: http://www.jutarnji.hr/kapetan-pero-metkovic-otkrio-ostatke-drevne-arhitekture--nakon-visokog-i-dubrovnik-dobio-piramide/928371/

4 ZAKLJUČEK

V raziskovalni nalogi sem opisala uporabo trikotnikov v našem vsakdanu.

V raziskovalnem delu sem vse načine uporabe tudi sama preizkusila, kar se mi je zdelo precej zanimivo, saj večine načinov sploh nisem poznala. V raziskovalnem delu sem naučeno znanje iz teoretičnega dela (Heronov obrazec, kotne funkcije) uporabila tudi v praksi.

Ob začetku raziskovanja sem si postavila **dve hipotezi.**

Prvo hipotezo, ki pravi, da so trikotnike začeli uporabljati v svojem vsakdanu stari Grki in Rimljani (ki so živeli od osmega do šestega stoletja pred našim štetjem), sem **ovrgla**. Ugotovila sem namreč, da so trikotnike v svojem vsakdanu začeli uporabljati že Egipčani 2500 let pred našim štetjem.

Drugo hipotezo, ki pravi, da je metoda, s katero geometri merijo površje, zasnovana na osnovi pravokotnih trikotnikov, sem **potrdila**. Vendar sem izvedela tudi, da potrebne meritve izvajajo s pomočjo teodolita. Ta metoda pa je zasnovana predvsem na pravokotnih trikotnikih.

S to raziskovalno nalogo sem dosegla svoje cilje in namen. Razširila in utrdila sem svoje znanje o trikotnikih. Spoznala sem mnogo novih izrekov in metod, povezanih s trikotniki. Najbolj pa me je navdušilo to, da sem na novo naučeno znanje uporabila tudi v praksi. Resnično zanimivo se mi je zdelo dejstvo, da so trikotnike že včasih uporabljali na toliko načinov, in da jih na veliko načinov uporabljamo tudi danes.

Predvsem pa me je navdušilo to, da sem spoznala dejstva, ki mi bodo prišla prav v življenju (merjenje nadmorske višine), ob enem pa je bilo to temo zabavno raziskovati, saj sem nenehno odkrivala nekaj novega.

Ob raziskovanju se mi je utrnila tudi ideja za naslednjo raziskovalno nalogo. Zelo so me pritegnile piramide, ki sem jih tudi večkrat omenila. Za njimi se skriva velika znanost, ogromno neodkritih skrivnosti, ki čakajo, da jih nekdo razišče. A kot sem rekla, o tem morda v naslednji raziskovalni nalogi.

Najbrž ste tudi vi spoznali kaj novega. In kot sem zapisala v povzetku, upam, da so vas trikotniki pritegnili tako, kot so mene.

5 PRILOGE

5.1 Intervju

Intervju sem izvedla v mesecu oktobru in sicer sem v spremstvu mentorice odšla h geodetoma v Geodetsko upravo Slovenski Bistrica. Pogovarjala sem se gospodom Aljažem Lesjakom. Že na začetku mi je zaupal, da površje merijo s pomočjo naprave in ne kot včasih »na roke«.

1. **S čim pravzaprav merite površje?**

   Površje merimo s pomočjo posebne, tako imenovane GPS naprave.

2. **Od kdaj uporabljate napravo?**

   To različico naprave uporabljamo od leta 1990 dalje. Pred tem letom pa je ta naprava imela mnoga odstopanja, ki pa so jih odpravili.

3. **Kaj pa je predhodnik naprave, kako ste to počeli včasih?**

   Predvsem v času Marije Terezije so površje merili s pomočjo kovinskih verig in merskih mizic.

4. **Kaj danes merite s pomočjo naprave?**

   Razne objekte. Najpogostejši pa so: položaj stavbe, teren, potek meje, potek ceste, železnice, načrti za zgradbe, gradnje hiš …

5. **Ali se naprava kdaj pokvari? Kaj storite takrat?**

   Seveda se zgodi, da se naprava kdaj pokvari, vendar to napako navadno hitro odpravimo, zato niso potrebni neki posebni ukrepi.

6. **Ali vaša naprava meri ploščino površja na osnovi trikotnikov?**

   Da, naprava je zasnovana na osnovi trikotnikov. Natančneje pravokotnih trikotnikov. Naprava zazna pravokotne trikotnike in na podlagi le teh izračuna celotno ploščino podanega ozemlja. Sicer pa s pomočjo manjšega helikopterja, ki ga strokovno imenujemo tudi dron, poslikamo določeno ozemlje. Dobimo slike zelenega dela površja iz zračne perspektive. Nato se površje razdeli na pravokotne trikotnike, ki se seštejejo in tako dobimo ploščino celotnega lika.

7. **Kako pa dobite slike, ki jih ne morete posneti s pomočjo drona?**

   Če gre za večje območje (npr. Slovenija), si seveda ne moremo privoščiti tega, da bi jo preleteli z majhnim dronom. Takrat si pomagamo s satelitom in pa GPS napravo.

8. **Poznam program Google Maps. Ali bi si morda lahko pomagali tudi s tem programom?**

   Google Maps je program, ki je sicer dokaj ustrezen, vendar je tukaj problematična ločljivost. Navadno se lotimo meritev, ki zadevajo tudi do metra ali celo bolj natančno.

6 VIRI

1. Ball J. MATEMATIČNI ČAROVNIKI, 1. izd. Murska Sobota: Pomurska založba, 2010.
2. Bon Klajnšček M., Dvoržak B., Felda D. **MATEMATIKA 2**, učbenik za gimnazije, 1. izd. Ljubljana: DZS, 2010.
3. Bon Klajnšček M., Dvoržak B., Felda D. **MATEMATIKA 3**, učbenik za gimnazije, 1. izd. Ljubljana: DZS, 2011.
4. Končan T., Moderc V., Strojan R. **SKRIVNOSTI ŠTEVIL IN OBLIK**, Zbirka zgledov/2. del, 1. izd. Ljubljana: Založba Rokus d.o.o., 2006.
5. Strnad M., Štuklek M., Kurillo D., Žakelj A. **PRESEČIŠČE 8,** matematika za 8. razred devetletne osnovne šole, 1. izd. Ljubljana: DZS, 2004.
6. Strnad M., Štuklek M., Kurillo D., Žakelj A. **PRESEČIŠČE 7,** matematika za 7. razred devetletne osnovne šole, 1. izd. Ljubljana: DZS, 2004.
7. Zlobec Jurčič B. Pogled na raziskovalne naloge iz matematike na srečanjih mladih raziskovalcev**, Matematika v šoli**, 2013, letnik XIX, št. ½, str. 84–87.
8. Pugelj K. Geogebra v šoli**, Matematika v šoli**, 2012, letnik XVIII, št. 3–4, str. 75–83.
9. Godnič E. Matematika se sprehaja – Matematika v okolju**, Matematika v šoli**, 2014, letnik XX, št. 3–4, str. 28–38.
10. *http://www.wikipedia.org.*
11. *http://www.nauk.si/materials/4767/out/#state=6.*
12. *http://www.delo.si.*
13. *http://eucbeniki.sio.si.*
14. *http://www.geogebra.org/.*